

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 7 \\ x_1 + x_2 - 3x_3 = -10 \\ 6x_2 - 2x_3 + x_4 = 7 \\ 2x_3 - 3x_4 = 13 \end{cases}$$

Modéliser une situation avec une équation algébrique

MAT-2101

Enseignement explicite des stratégies de résolution de problèmes

Cette création est mise à disposition sous une licence [Creative Commons Int.
4.0 – Attribution – Pas d'utilisation commerciale – Partage à l'identique.](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)



Photographie : Antoine-Dautry – Unsplash
La majorité des icônes utilisées : Freepik — www.flaticon.com

Ce texte est conforme aux rectifications de l'orthographe — www.orthographe-recommandee.info

PLANIFICATION D'UN ATELIER D'ENSEIGNEMENT EXPLICITE

- **SITUATION PROBLÈME (tâche)**

Minisituation à modéliser algébriquement

- **INTENTION PÉDAGOGIQUE**

Modéliser une situation avec une équation algébrique en faisant des simulations

Quoi ?

Établir le modèle algébrique pertinent à la situation problème.

Pourquoi ?

Pour pouvoir représenter le problème algébriquement et calculer différentes solutions à celui-ci.

Quand ?

Quand la résolution du problème demande un traitement algébrique et lorsque c'est exigé.

Comment ?

En faisant des simulations, en calculant la variable manquante lorsqu'on fixe les autres.

INSTRUCTIONS

Pour cette stratégie, je vous propose **25 minisituations à modéliser** algébriquement. Elles sont toutes sans solution pour forcer l'élève à trouver un modèle algébrique et éviter qu'il cherche à résoudre le problème. Trop d'élèves court-circuitent ainsi l'application de l'algèbre.

La vidéo d'exemple de modelage montre comment on peut faire la première de **25 minisituations**. Comme les situations sont très courtes et que certains élèves sont très faibles, il pourrait être utile de faire plus d'un modelage ou plus d'une pratique guidée avant d'aller en pratique collaborative ou faire des aller-retour entre les trois activités, selon les besoins.

Le document « **25 minisituations à modéliser** » contient toutes les situations, qu'elles soient pour le modelage, la pratique guidée, la pratique collaborative ou encore la pratique autonome. Il serait très étonnant de pouvoir passer à travers tout le document en une seule séance. Il peut être fait en plusieurs séances ou, dans les cours suivants, les élèves peuvent être invités à faire individuellement toutes les minisituations qui n'ont pas été vues lors de la séquence d'enseignement explicite.



EXEMPLE DE MODELAGE

LECTURE À VOIX HAUTE DE LA SITUATION PROBLÈME

TÂCHE D'ÉCOUTE

L'élève doit déposer son crayon, bien observer comment l'enseignant décortique la situation, déterminer quelles sont les variables du problème, faire des simulations, placer ses calculs, déterminer ce qui est variable et ce qui est constant dans ses simulations et comment il écrit le modèle algébrique.

VERBATIM

Je vais faire le modelage de la stratégie **Modéliser une situation avec une équation algébrique en faisant des simulations**. Je vais commencer par lire la situation. *Pour construire un gratte-ciel*. Ça, c'est un édifice qui va être haut avec plusieurs étages, je me fais un petit croquis pour me l'imaginer. *Une compagnie de construction a eu besoin de 15 jours pour creuser et couler la fondation*. Cette information est sûrement utile, je vais donc surligner « 15 jours pour creuser et couler la fondation ». *Elle prévoit maintenant 5 jours de construction par étage*. Cette information aussi devrait être utile, je surligne « 5 jours de construction par étage ». *Elle veut calculer combien de jours elle devra prévoir pour terminer la construction du gratte-ciel*. Donc, la question qu'on se pose est « Combien de jours », je le surligne d'une autre couleur et je mets un « ? » au-dessus.

Pour modéliser cette situation, je vais faire des simulations. Je sais que le nombre de jours va dépendre du nombre d'étages. Si le gratte-ciel avait par exemple 10 étages, comment est-ce que je calculerais le nombre de jours? Ça a pris 15 jours pour creuser + 5 jours par étage, donc 5×10 , donc $15 + 5 \times 10 = 65$. Si maintenant l'édifice avait 20 étages, encore une fois, ça prend 15 jours à la compagnie pour creuser + 5 jours par étage, mais maintenant, il y a 30 étages, donc 5×20 , ce qui me donne donc $15 + 5 \times 20 = 115$. On peut déjà commencer à voir que les 15 n'ont pas changé, les 5 non plus, mais 10 et 20 ont changé, 65, 115 aussi. Je vais quand même faire une 3^e simulation pour être certain qu'on ne s'est pas trompé. Si l'édifice avait 30 étages, ça me prendrait encore 15 jours pour creuser et 5 jours par étage, donc 5×30 , car il y a 30 étages dans cette simulation, ce qui me donne $15 + 5 \times 30 = 165$.

On a maintenant 3 simulations, il faut maintenant regarder ce qui a changé et ce qui n'a pas changé. Je vais surligner en jaune ce qui n'a pas changé d'une simulation à l'autre. Les 15 n'ont pas changé, les 5 n'ont pas changé non plus, les opérations non plus, je surligne donc en jaune les +, les x et les =. Mais si je regarde, 10, 20 et 30, ce n'est pas pareil d'une simulation à l'autre, je surligne donc ces nombres en vert. 65, 115, 165 non plus ne sont pas pareils, je les surligne donc aussi en vert.

Maintenant, je regarde mes 3 simulations. 15 n'a jamais changé, je le mets donc dans mon modèle, 5 non plus. Maintenant 10, 20, 30, oh! ça, c'est en vert, ces valeurs ont changé, il faut donc que je leur attribue une variable, une lettre, c'était un nombre d'étages, je vais donc mettre la lettre « n » pour le représenter. Le = est en jaune, il n'a pas changé, je le réécris et finalement, ma réponse ici, en vert, me donnait combien de jours, je vais donc l'appeler « j ».

Pour écrire le modèle final, il ne faut jamais oublier d'identifier nos variables, on a trouvé ici 2 variables, n et j. J'écris donc n : nombre d'étages du gratte-ciel et j : nombre de jours nécessaire à la construction. Finalement, on réécrit notre modèle en respectant les règles de l'algèbre, on peut voir ici que les « x » entre un nombre et une variable ne sont pas nécessaires en algèbre, je réécris donc mon modèle : $15 + 5n = j$, ce qui veut donc dire que 15 plus 5 fois le nombre d'étages est égal au nombre de jours de construction. C'est comme ça que je modélise une situation avec une équation algébrique en faisant des simulations.



Vous pouvez visionner le modelage en lisant ce code QR avec votre appareil mobile ou en vous rendant à cette adresse :

<http://bit.ly/modeliser-situation>

DOCUMENTS REQUIS POUR L'ATELIER



MODELAGE • SITUATION PROBLÈME

25 MINISITUATIONS À MODÉLISER

Dans chaque cas,

- **Identifie clairement les variables**
 - **Traduis la situation par un modèle algébrique**
1. Pour construire un gratte-ciel, une compagnie de construction a eu besoin de 15 jours pour creuser et couler la fondation. Elle prévoit maintenant 5 jours de construction par étage. Elle veut calculer combien de jours elle devra prévoir pour terminer la construction du gratte-ciel.
 2. À l'épicerie, les poivrons coutent 1,99 \$ la livre. On veut connaître le cout total selon le poids des poivrons achetés.
 3. Un vendeur est payé 15 \$ pour chaque heure travaillée et il reçoit une commission de 10 % sur ses ventes. Il désire calculer son salaire hebdomadaire.
 4. Pour la plupart des achats, on doit payer des taxes équivalentes à environ 15 % du prix affiché. On s'intéresse au prix final d'un article.
 5. Un rouleau de tourbe couvre une superficie d'environ 10 pi². Selon l'aire du terrain à gazonner, on veut connaître le nombre de rouleaux de tourbe qu'il faut se procurer.
 6. Un électricien demande un montant de 50 \$ de frais de déplacement et 40 \$ de l'heure de travail. On veut connaître le prix d'une réparation.
 7. Robert veut faire une fête dans une salle qui coute 500 \$ pour une soirée. Il se demande combien charger à chaque invité, selon le nombre de personnes présentes.

8. Un avion vole à 2250 m d'altitude et commence à descendre 132 m par minute. On s'intéresse à son altitude selon le temps qui s'est écoulé depuis qu'il a commencé sa descente.
9. Un automobiliste roule à 100 km/h, on veut connaître la distance qu'il parcourra selon le temps qu'il conduit.
10. Un marathonien doit courir 42,2 km pour terminer un marathon. On désire savoir combien de temps il mettra pour courir son marathon selon sa vitesse de course.
11. Un plombier charge 55 \$ de frais de déplacement, 45 \$ par heure de travail et les pièces de rechange. On veut calculer le montant total de la facture du plombier.
12. Un taxi charge un montant de 3,50 \$ au départ, 1,75 \$ par kilomètre parcouru et 0,65 \$ par minute d'attente. On veut calculer le coût d'un déplacement.
13. Un employé de bureau obtient un salaire de 45 000 \$ par année et reçoit une augmentation de 1350 \$ chaque année. Il souhaite calculer son salaire chaque année.
14. Dans une banque, il y a un certain nombre de personnes dans la file d'attente. 2 personnes sont servies chaque minute. On veut savoir dans combien de temps tout le monde aura été servi.
15. Dans une banque, il y a un certain nombre de personnes dans la file d'attente. 2 personnes sont servies chaque minute. On veut savoir combien de personnes il reste dans la file d'attente.
16. Georges fait 10 pages par cours dans son cahier de mathématiques. Il se demande combien de cours seront nécessaires pour compléter son cahier.
17. Un véhicule consomme 7,5 L d'essence à chaque 100 km. Le conducteur souhaite savoir combien d'essence il consommera lors de son voyage.
18. Il y a une certaine quantité d'eau dans une piscine et le propriétaire la remplit avec un boyau ayant un débit 10 L par minute. Il s'intéresse au temps nécessaire pour remplir sa piscine selon la capacité de sa piscine.
19. La lune s'éloigne de la terre de 3,2 cm chaque année. On souhaite savoir à quelle distance de la terre elle sera dans un certain nombre d'années.
20. Il faut 100 heures à un peintre pour repeindre un édifice. On souhaite savoir combien de temps mettront plus de peintres.

- 21.** Une secrétaire tape 95 mots par minute, elle a déjà écrit un certain nombre de mots et on souhaite savoir dans combien de temps elle aura terminé de retaper un texte.
- 22.** Un contracteur a été engagé pour refaire une cuisine. Il charge le prix des matériaux plus 10 % ainsi que 50 \$ par heure de travail. Quel sera le montant total de la facture?
- 23.** Pour une collecte de fonds, un groupe d'élèves paie 2 \$ pour chaque tablette de chocolat et les revend à 5 \$ chacune. L'organisateur souhaite savoir le montant d'argent qu'il fera selon le nombre de tablettes de chocolat vendues.
- 24.** Pour une collecte de fonds, un groupe d'élèves fait un certain profit sur chaque tablette de chocolat vendue. L'organisateur souhaite savoir le montant total d'argent qu'il fera selon le nombre de tablettes de chocolat vendues.
- 25.** Pour une collecte de fonds, un groupe d'élève paie un certain montant pour chaque tablette de chocolat et les revend plus cher. L'organisateur souhaite savoir le montant d'argent qu'il fera selon le nombre de tablettes de chocolat vendues.



RETOUR RÉFLEXIF EN GROUPE

- Par quoi ai-je commencé?
- Comment ai-je fait ressortir les informations importantes?
- Comment ai-je choisi mes simulations?
- Comment ai-je placé mes calculs?
- Comment ai-je choisi les lettres?
- Comment ai-je écrit mon modèle algébrique?

ON DOIT AMENER L'ÉLÈVE À VERBALISER

- qu'il doit commencer par lire la situation pour dégager l'information importante;
- qu'il doit faire des simulations en donnant différentes valeurs à une variable (s'il y a plus de 2 variables, il n'est pas nécessairement pertinent d'aller jusqu'ici au début), puis en calculant la valeur de l'autre;
- qu'il doit absolument écrire tous ses calculs, une réponse seule ne l'aidera pas à écrire son modèle;
- qu'idéalement, ses calculs seront tous alignés en colonne puisque s'ils sont bien placés, c'est beaucoup plus facile de repérer ce qui change et ce qui ne change pas;
- qu'il ne doit pas oublier d'identifier les variables et de réécrire son modèle conformément aux règles de l'algèbre.



RETOUR RÉFLEXIF INDIVIDUEL

- Que retenez-vous de cet atelier?

- Comment et quand devez-vous appliquer la stratégie?

- Quelles sont les méthodes de travail importantes à appliquer quand vous faites des simulations?

- À la suite de cet atelier, que ferez-vous de différent quand vous aurez à résoudre un problème?

- Quelles difficultés pensez-vous rencontrer en appliquant cette stratégie?
