Cours

MAT-5173-2

Représentation géométrique en contexte fondamental 2

Mathématique

PRÉSENTATION DU COURS

Le but du cours *Représentation géométrique en contexte fondamental 2* est de rendre l'adulte apte à traiter des situations qui requièrent la description et la représentation graphique de lieux géométriques, dans une perspective fondamentale.

L'adulte qui suit le cours enrichit ses liens entre la géométrie et l'algèbre, entre autres par l'utilisation d'identités trigonométriques et par l'étude des coniques. Dans le cadre de la trigonométrie, il exploite sa compréhension de la relation d'équivalence et des manipulations d'expressions algébriques pour démontrer l'identité d'expressions trigonométriques et résoudre des équations de ce type. Par ailleurs, l'étude des coniques amène l'adulte à découvrir d'autres applications, notamment en ce qui a trait aux systèmes de télécommunications. Il observe les coniques à partir de la section d'un cône ou de diverses manipulations (pliage, jeu d'ombres, construction). Il relève des régularités et cherche à définir les différentes coniques. Il en détermine les équations et en décrit chacune des régions en faisant appel à la relation d'inégalité. Il détermine les coordonnées de points d'intersection et différentes mesures à l'aide de manipulations algébriques en recourant, si nécessaire, à un changement de variable.

Le concept de vecteur s'inscrit dans la continuité de l'étude de la linéarité entreprise au cycle précédent. Il permet d'aborder certaines situations de façon nouvelle, en faisant appel à la géométrie, et d'y combiner diverses notions telles que la proportionnalité, les fonctions linéaires (et affines), les équations du premier degré et les transformations géométriques associées au déplacement. L'adulte peut alors établir un parallèle entre les propriétés des nombres réels et celles des vecteurs. Lorsqu'il effectue des opérations sur les vecteurs, il recourt, entre autres, à la relation de Chasles. Selon les situations présentées, l'adulte peut également effectuer diverses combinaisons linéaires ou encore déterminer les coordonnées d'un point de partage à l'aide du produit d'un vecteur par un scalaire. L'étude du vecteur se fait autant dans le plan euclidien que dans le plan cartésien.

Au terme de ce cours, l'adulte sera en mesure de décrire et de représenter des transformations géométriques à l'aide des relations trigonométriques et des propriétés des figures équivalentes dans le cercle. La géométrie analytique lui permettra de modéliser algébriquement certaines transformations géométriques d'objets. Par ailleurs, il sera à même de décrire, de représenter et de généraliser certaines caractéristiques de lieux géométriques dans le plan cartésien à l'aide de vecteurs, et ce, dans le respect des règles et des conventions mathématiques utilisées en géométrie.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

Pour résoudre des situations-problèmes, l'adulte a recours aux trois compétences disciplinaires, soit :

- *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*;
- *Déployer un raisonnement mathématique*;
- *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'emploi de stratégies efficaces incite l'adulte à déployer un raisonnement mathématique rigoureux et à communiquer avec clarté à l'aide du langage mathématique, en démontrant qu'il en respecte les codes et les conventions propres. C'est donc par l'activation intégrée des trois compétences disciplinaires et à l'aide d'autres ressources qu'il parvient à résoudre des situations-problèmes.

La rubrique *Démarche et stratégies* explique comment faire évoluer une situation-problème vers une solution par la mise à contribution des trois compétences disciplinaires.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES

Pour résoudre une situation-problème, l'adulte a besoin de stratégies efficaces qu'il adapte aux situations présentées.

Il traite des situations-problèmes en utilisant une démarche qui comprend quatre phases de résolution :

- **la représentation**;
- **la planification**;
- **l'activation**;
- **la réflexion**.

Le tableau qui suit présente sommairement chacune des phases de la démarche de résolution et quelques exemples de stratégies que l'adulte peut employer pour traiter les situations. Ces phases ne se présentent pas nécessairement de façon successive. De nombreux allers-retours entre les quatre phases peuvent être nécessaires lors de la résolution d'une situation-problème.

<table>
<tr><th colspan="2">DÉMARCHE ET STRATÉGIES</th></tr>
<tr><th colspan="2">LA REPRÉSENTATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte prend contact avec la situation-problème afin de bien cerner le contexte, le problème et la tâche à effectuer. Il utilise des stratégies essentielles au raisonnement inductif.
- Il distingue le sens des termes utilisés en mathématique de leur sens commun pour comprendre ce qu’on entend, entre autres, par foyer, ellipse, sommet, arc.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• déterminer, à partir de devis, de plans à l’échelle ou de descriptions littérales, la nature de la tâche à effectuer;
• illustrer son appropriation de la situation-problème en ciblant les savoirs mathématiques pertinents liés à des coniques;
• reformuler les énoncés dans ses propres mots afin d’illustrer son appropriation de la situation-problème et comparer sa compréhension du problème avec celle de ses pairs ou encore de l’enseignante ou enseignant.</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA PLANIFICATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- Afin de planifier la solution, l’adulte cherche des pistes et privilégie celles qui semblent les plus efficaces et économiques.
- Il recourt à différents registres de représentation pour mettre en évidence certaines propriétés des transformations géométriques.
- Il forme des liens entre les éléments du message ce qui pourrait lui permettre, par exemple, de déterminer si la règle algébrique utilisée est en parfaite adéquation avec la situation.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• diviser la situation-problème en sous-problèmes, par exemple pour déterminer une mesure à partir des relations métriques dans le cercle;
• utiliser des listes, des tableaux, des schémas, du matériel concret ou des dessins en vue de préparer la mise en œuvre de la solution.</td></tr>
<tr><th colspan="2">L’ACTIVATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- Au cœur du traitement d’une situation-problème, l’adulte déploie un raisonnement mathématique et tente de démontrer des énoncés de géométrie liés aux relations métriques dans le cercle en exemplifiant plusieurs fois ces énoncés avant de tirer des conclusions.
- Il utilise un langage mathématique rigoureux afin que les étapes de travail qui assurent la mise en œuvre de la solution retenue soient réalisées efficacement.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• tracer, à partir des caractéristiques d’une conique, une esquisse pour anticiper des résultats;
• simplifier la situation-problème en la comparant à une situation analogue traitée antérieurement;
• anticiper les solutions possibles d’un système d’équations du second degré qui implique des coniques pour bien comprendre, par exemple, le lien qui existe entre le degré d’une équation et le nombre maximal de solutions possibles.</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA RÉFLEXION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte adopte une attitude réflexive tout au long du traitement de la situation et se questionne régulièrement sur ses étapes de travail, et sur les choix qu’il fait, avec l’intention de valider sa solution.
- Il émet des conjectures sur des cas limites ou particuliers de triangles quelconques afin de valider certains résultats en utilisant le raisonnement.
- Il consulte différents documents de référence pour valide son message à caractère mathématique lors de l’utilisation de nouveaux symboles pour décrire un aménagement ou une représentation de son environnement à l’aide de coniques et de vecteurs.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• valider sa solution au moyen d’exemples ou de contre-exemples;
• déterminer les stratégies liées au traitement de situations-problèmes en géométrie (faire un dessin, changer de perspective, etc.);
• utiliser une calculatrice ou un logiciel de modélisation géométrique comme outil de validation.</td></tr>
</table>

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Les compétences transversales ne se construisent pas dans l'abstrait : elles prennent racine dans des situations-problèmes et participent, à divers degrés, au développement des compétences disciplinaires, et inversement.

Plusieurs compétences transversales peuvent contribuer au traitement de situations de la famille *Mesure et représentation spatiale.* Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours : *Exploiter les technologies de l'information et de la communication* et *Résoudre des problèmes*.

Compétence d'ordre méthodologique

La compréhension des phénomènes optiques est grandement facilitée par la simulation. Le recours aux logiciels spécialisés en géométrie et à ceux qui ont trait aux laboratoires virtuels simplifie la représentation de différents phénomènes. L'adulte pourrait également employer un tableur pour exécuter différents calculs à l'aide des rapports trigonométriques. Le développement de la compétence à *Exploiter les technologies de l'information et de la communication* peut amener l'adulte à considérer les logiciels spécialisés comme de précieux outils pour représenter la réalité.

Compétence d'ordre intellectuel

L'analyse de problèmes pour tenter d'expliquer des phénomènes mathématiques, qui s'inscrit dans diverses situations proposées, amène l'adulte à développer sa compétence à *Résoudre des problèmes*. Si le degré de complexité l'exige, il fait appel à des stratégies d'investigation et de sélection d'éléments pertinents pour résoudre le problème. Il mobilise de façon judicieuse les concepts mathématiques qu'il connaît, par exemple les coniques et les vecteurs. On doit noter que la manière de traiter une situation exige l'exploration de diverses avenues qui ne conduisent pas nécessairement à la solution recherchée. C'est en raison de la diversité des situations dans lesquelles l'adulte est placé qu'il enrichit son expérience en résolution de problèmes.

CONTENU DISCIPLINAIRE

Dans ce cours, l'adulte réactive et approfondit l'ensemble des savoirs géométriques et algébriques acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, il complète sa formation en s'appropriant les savoirs propres à ce cours.

Savoirs prescrits

En vue de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées dans ce cours, l'adulte développe deux procédés intégrateurs énoncés comme suit :

- **la description et la représentation graphique de lieux géométriques;**
- **la généralisation d'énoncés géométriques à l'aide de vecteurs.**

Ces procédés, mis en valeur dans les situations d'apprentissage du présent cours, favorisent l'intégration des savoirs mathématiques et des compétences disciplinaires. Les situations d'apprentissage traitées doivent toucher à l'un ou l'autre de ces procédés intégrateurs. Toutefois, l'ensemble des situations choisies doit être assez vaste pour couvrir les deux procédés.

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Transformations géométriques	
• Représentation et interprétation d'une transformation géométrique	Les représentations de transformations géométriques ainsi que leur interprétation sont effectuées à l'aide de règles algébriques.
Recherche de mesures	
• Figures équivalentes • Détermination de mesures : o d'angles, o de longueurs (segments, cordes), o d'aires, o de volumes, o de capacités.	Ces mesures doivent mettre à profit les propriétés des figures isométriques, semblables ou équivalentes ainsi que des relations trigonométriques.
Lieux géométriques	
• Description, représentation et construction d'une conique	Pour cette séquence, les lieux géométriques à l'étude sont uniquement les coniques. Les coniques à l'étude sont : • la parabole (centrée à l'origine et translatée) • le cercle (centré à l'origine) • l'ellipse (centrée à l'origine) • l'hyperbole (centrée à l'origine)

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Lieux géométriques (*Suite*)	
	Les éléments décrits se limitent : • au rayon • aux axes • à la directrice • aux sommets • aux foyers • aux asymptotes • aux régions *La description des coniques à l'aide de règle algébrique se limite à la forme canonique.*
• Résolution d'un système d'équations du 2^e degré en relation avec les coniques	
• Détermination de coordonnées de points d'intersection entre une droite et une conique ou encore une parabole et une autre conique	*Les inéquations liées aux coniques sont à l'étude dans cette séquence.*
Relations trigonométriques	
• Cercle trigonométrique (radian et longueur d'arc)	
• Manipulation d'expressions trigonométriques simples à l'aide des définitions (sinus, cosinus, tangente, sécante, cosécante et cotangente)	*Seules les identités pythagoriciennes ainsi que des propriétés de périodicité et de symétrie sont à l'étude dans ce cours.* *Les formules de somme et de différence d'angles sont à l'étude dans cette séquence.*

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Vecteurs • Résultante et projection • Opérations sur les vecteurs	Les vecteurs à l'étude sont de type géométrique ou libre. Les opérations sur les vecteurs se limitent : • à l'addition et à la soustraction de vecteurs • à la multiplication d'un vecteur par un scalaire • au produit scalaire de deux vecteurs • aux propriétés du produit scalaire de deux vecteurs o commutativité du produit scalaire $\vec{u} \bullet \vec{v} = \vec{v} \bullet \vec{u}$ o distributivité sur l'addition de vecteurs $\vec{u} \bullet (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \bullet \vec{v} + \vec{u} \bullet \vec{w}$ o associativité des scalaires $k_1\vec{u} \bullet k_2\vec{v} = k_1k_2(\vec{u} \bullet \vec{v})$ • combinaison linéaire • propriétés des vecteurs o associativité $k_1(k_2\vec{u}) = (k_1k_2)\vec{u}$ o existence d'un scalaire neutre $1\vec{u} = \vec{u}$ o existence d'un scalaire nul et d'un élément absorbant $\left(k\vec{u} = \vec{0}\right) \Leftrightarrow \left(k = 0 \vee \vec{u} = \vec{0}\right)$ o distributivité sur l'addition de vecteurs $k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$ o distributivité sur l'addition de scalaires $(k_1 + k_2)\vec{u} = k_1\vec{u} + k_2\vec{u}$
• Détermination des coordonnées d'un point de partage	La détermination des coordonnées d'un point de partage s'effectue à l'aide du produit d'un vecteur par un scalaire.

Énoncés

Les énoncés prescrits peuvent être utilisés dans une preuve ou une démonstration. L'adulte doit en maîtriser la liste, présentée ci-dessous.

E17. De tous les polygones équivalents à *n* côtés, c'est le polygone régulier qui a le plus petit périmètre.

E18. De deux polygones convexes équivalents, c'est le polygone qui a le plus de côtés qui a le plus petit périmètre. (À la limite, c'est le cercle équivalent qui a le plus petit périmètre.)

E19. De tous les prismes rectangulaires de même aire totale, c'est le cube qui a le plus grand volume.

E20. De tous les solides de même aire totale, c'est la boule qui a le plus grand volume.

E21. De tous les prismes rectangulaires de même volume, c'est le cube qui a la plus petite aire totale.

Vecteurs

- Soit $\vec{u}$, $\vec{v}$, et $\vec{w}$ des vecteurs dans le plan, et **r** et **s**, des scalaires.

E22. $(\mathbf{r}\vec{u} = \vec{0}) \Leftrightarrow (r = 0 \lor \vec{u} = \vec{0})$

E23. Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ des vecteurs sont non colinéaires, alors $(\mathbf{r}\vec{u} = \mathbf{s}\vec{v}) \Leftrightarrow (\mathbf{r} = \mathbf{s} = 0)$

E24. $(\vec{w} \text{ est colinéaire à } \vec{u}) \Leftrightarrow (\exists!\, \mathbf{r} \in \mathbb{R} : \vec{w} = \mathbf{r}\vec{u})$

E25. $(\vec{u} \text{ et } \vec{v} \text{ sont non colinéaires}) \Leftrightarrow (\forall \vec{w},\ \exists!\, \mathbf{r} \in \mathbb{R},\ \exists!\, \mathbf{s} \in \mathbb{R} : \vec{w} = \mathbf{r}\vec{u} + \mathbf{s}\vec{v})$

E26. $(\vec{u} \perp \vec{v}) \Leftrightarrow (\vec{u} \bullet \vec{v}) = 0$

Repères culturels

La mécanique classique était, avant de devenir une science à part entière, une section de la mathématique. Jusqu'à la fin du XVIIIe siècle, la mécanique servait de domaine pour valider les lois et les théories de la mathématique. Encore aujourd'hui, la mécanique et la mathématique sont encore très liées. Les besoins en modélisation des faits expérimentaux ont orienté les mathématiciens vers le développement de théories comme la géométrie ou les équations différentielles. De nombreux mathématiciens y ont apporté une contribution souvent décisive, et de grands noms sont parvenus jusqu'à nous comme Euler, Cauchy, Lagrange, etc.

Un autre exemple de domaine que l'adulte pourrait être amené à explorer en relation avec ce cours est celui de la représentation en trois dimensions. L'humain est capable de visualisation spatiale de solides grâce à l'espacement entre ses yeux. En effet, chaque œil ne voit pas exactement la même image d'un objet. Le cerveau traite les différences enregistrées et permet non seulement de construire l'objet en 3D, mais aussi de percevoir la distance qui nous en sépare. Les films IMAX 3D sont produits de la même façon, la distance entre les deux caméras utilisées équivalant à la distance moyenne qui sépare les yeux humains. La création de cartes topographiques à l'aide d'un procédé d'hyperstéréographie se fonde sur le même principe. À l'occasion d'un relevé aérien, deux photos d'un même endroit sont prises à des moments différents (donc selon des points de vue différents). Il est donc possible, à partir de ces deux photos, de simuler la vision binoculaire. Par contre, l'écart entre les deux images étant plus grand que l'espace qui sépare les yeux, l'effet 3D s'en trouve exagéré (de là le préfixe *hyper*-) et il est par conséquent possible de créer des cartes topographiques plus précises. La réalisation d'un projet pourrait permettre à l'adulte de représenter un objet en trois dimensions et ainsi, de mieux ancrer les concepts mathématiques liés à ce domaine.

FAMILLE DE SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

La famille *Mesure et représentation spatiale* regroupe les situations dont le problème doit être traité en partie à partir de la description ou de la représentation mathématique de transformations géométriques d'objets ou de lieux géométriques. Le cours *Représentation géométrique en contexte fondamental 2* fournit l'occasion à l'adulte de poser des actions en vue de développer ses capacités de représentation spatiale.

En traitant les situations-problèmes de ce cours, l'adulte est amené, entre autres, à observer les coniques à partir de la section d'un cône ou de diverses manipulations, à déterminer les coordonnées de points d'intersection et différentes mesures à l'aide de manipulations algébriques en recourant, si nécessaire, à un changement de variable ou encore, à établir un parallèle entre les propriétés des nombres réels et celles des vecteurs.

DOMAINES GÉNÉRAUX DE FORMATION

Les domaines généraux de formation couvrent les grands enjeux contemporains. Idéalement, le choix des situations à traiter devrait être fait dans le respect des intentions éducatives des différents domaines généraux de formation puisque ces domaines représentent des toiles de fond sur lesquelles se greffent les situations-problèmes servant ainsi à donner du sens aux apprentissages de l'adulte. Deux de ces domaines sont particulièrement appropriés à ce cours : Santé et bien-être et Vivre-ensemble et citoyenneté.

Santé et bien-être

De nombreuses personnes doivent porter des verres correcteurs afin d'améliorer leur vision, de près ou de loin. Mais comment corrige-t-on les troubles de la vue? À partir de cette question, l'adulte peut explorer les notions de base de l'optique pour ce qui est de la vision, incluant les miroirs et la lumière. De nombreuses notions de mathématique mènent à des explications sur ces phénomènes. Par exemple, l'adulte pourrait se servir de ses connaissances sur les coniques pour comprendre la notion de foyer dans une lentille (une loupe par exemple) ou un miroir parabolique. Il pourrait également se documenter sur l'utilisation possible des éléments des coniques dans les objets technologiques de la vie quotidienne comme les lumières rotatives sur les véhicules d'urgence. L'étude de l'optique peut conduire à adopter un mode de vie plus sécuritaire en saisissant mieux le comportement des ondes lumineuses et la façon de s'en servir sans entraîner de conséquences néfastes pour la santé, ce qui répond aux axes de développement du DGF *Santé et bien*-être.

Vivre-ensemble et citoyenneté

Les jeux font partie intégrante des sociétés qui se sont succédé sur notre planète, au fil du temps. Certains de ces jeux favorisent le développement d'aptitudes sociales alors que d'autres font davantage appel aux qualités individuelles, par exemple les épreuves de réflexion et d'intelligence, de force et d'adresse. Ces dernières représentent un matériel privilégié pour la mathématique si l'on considère leurs aspects liés à la cinématique et aux coniques. Ainsi, l'adulte pourrait avoir à calculer la trajectoire parabolique d'un projectile (javelot, dard, etc.), ou encore la vitesse vectorielle résultant de l'impact entre deux objets dans des jeux ou des sports aussi variés que le billard, le curling ou autres jeux plus anciens. L'exploration des jeux et des sports dans le temps et au-delà des frontières amène l'adulte à adopter une attitude d'ouverture sur le monde, ce qui répond bien à l'intention éducative du DGF *Vivre-ensemble et citoyenneté*.

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE

Toutes les situations d'apprentissage ou situations-problèmes, peu importe le domaine général de formation retenu, placent l'adulte au cœur de l'action. Elles favorisent le développement des compétences disciplinaires et transversales visées, l'acquisition de notions et de concepts mathématiques de même que la mobilisation de ressources diverses utiles à la réalisation de la tâche.

Le tableau qui suit présente les éléments nécessaires à l'élaboration de toute situation d'apprentissage ou situation-problème. On y précise ceux retenus dans l'énoncé de situation-problème décrit à la page suivante.

ÉLÉMENTS NÉCESSAIRES À L'ÉLABORATION D'UNE SITUATION D'APPRENTISSAGE, D'UNE SITUATION-PROBLÈME	
Domaine général de formation (ciblé) – Permet de contextualiser les apprentissages, de leur donner du sens.	• Santé et bien-être
Compétences disciplinaires (prescrites) – Se développent dans l'action. Nécessitent la participation active de l'adulte.	• Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes • Déployer un raisonnement mathématique • Communiquer à l'aide du langage mathématique
Famille de situations d'apprentissage (prescrite) – Regroupe des situations appropriées au cours à partir de problématiques tirées de la réalité. – Permet, entre autres, l'acquisition de connaissances mathématiques.	• Mesure et représentation spatiale
Compétences transversales (ciblées) – Se développent en contexte en même temps que les compétences disciplinaires.	• Exploiter les technologies de l'information et de la communication • Résoudre des problèmes
Savoirs essentiels (prescrits) – Sont des connaissances, des concepts, des notions mathématiques à acquérir.	• Voir liste

Cette rubrique propose, en fait, un exemple d'énoncé de situation-problème accompagné d'exemples d'actions associées au traitement mathématique. Cet énoncé est constitué d'un contexte qui sert de fil conducteur, mais les activités d'apprentissage incluses n'y sont pas détaillées de façon formelle. L'accent est plutôt mis sur un exemple de traitement mathématique pertinent, qui respecte les quatre phases de la résolution : la représentation, la planification, l'activation et la réflexion. Toutefois, même si ce n'est pas explicite, on peut discerner les éléments qui composent cet énoncé, éléments identifiés dans le précédent tableau, soit : le domaine général de formation, les compétences disciplinaires, la famille de situations, les compétences transversales et les savoirs essentiels. Pour favoriser l'apprentissage, ces différents éléments doivent former un tout cohérent et signifiant pour l'adulte.

L'enseignante ou enseignant peut se servir de chacun des éléments comme autant d'objets de formation. Ces objets peuvent être des actions associées à chacune des phases de résolution, des actions relatives aux compétences disciplinaires ou transversales ou encore aux savoirs prescrits. L'enseignante ou enseignant a la possibilité d'utiliser l'exemple de traitement mathématique fourni pour construire d'autres tâches complexes ou d'autres activités d'apprentissage liées aux connaissances mathématiques que l'adulte doit acquérir.

Énoncé de situation-problème	**Exemples d'actions associées au traitement mathématique d'une situation-problème appartenant à la famille** ***Mesure et représentation spatiale***
Les phares de voiture sont munis de deux ampoules et d'un miroir concave agissant comme réflecteur. Dans le cadre d'une exposition scientifique, l'adulte choisit de présenter le principe de fonctionnement de tels phares et d'expliquer la différence entre les feux de route (les hautes) et les feux de croisement (les basses). En plus d'avoir à définir des notions comme le rayon de courbure ou encore le foyer, l'adulte doit exposer, à l'aide d'un graphique, les conséquences de la position de l'ampoule sur la distance éclairée, tout en employant un langage mathématique approprié.	**Procédé intégrateur :** *Description et représentation graphique de lieux géométriques* Au cours de l'une ou l'autre des phases de résolution, l'adulte pourrait accomplir les actions suivantes : Représentation • Déterminer les éléments importants en rapport avec la situation, par exemple le rayon de courbure du miroir, la position des ampoules par rapport au miroir; • Schématiser la situation en esquissant les rayons lumineux issus des ampoules et réfléchis par le miroir courbe. Planification • Rechercher des pistes de solution en utilisant des techniques de foisonnement d'idées; • Utiliser du matériel concret pour préparer la mise en œuvre de la solution.

Énoncé de situation-problème	Exemples d'actions associées au traitement mathématique d'une situation-problème appartenant à la famille ***Mesure et représentation spatiale***	
L'adulte aura accès aux notions relatives à l'optique, mais cette situation d'apprentissage pourrait très bien être effectuée parallèlement aux cours de sciences.	Activation	• Mobiliser les savoirs mathématiques nécessaires au traitement de la situation actuelle : droite tangente à un cercle, droites perpendiculaires, normale, mesures d'angles, etc.; • Proposer une idée probable du comportement des rayons lumineux dans les deux situations, puis vérifier à l'aide d'exemples que la proposition est correcte; • Produire une représentation graphique établissant en quoi le comportement des rayons varie selon la position de la source lumineuse.
	Réflexion	• Comparer sa solution et ses résultats à ceux de ses pairs ou à ceux de l'enseignante ou enseignant dans le but de vérifier l'adéquation des modèles construits à partir de la théorie; • Se questionner sur l'effet de la modification d'un paramètre comme le rayon de courbure ou la position du foyer.

ATTENTES DE FIN DE COURS

Pour résoudre des situations-problèmes de la famille *Mesure et représentation spatiale*, l'adulte décrit et représente graphiquement ou algébriquement des lieux géométriques et généralise des énoncés géométriques à l'aide de vecteurs. Pour ce faire, il met en œuvre les trois compétences disciplinaires du programme, soit : *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*, *Déployer un raisonnement mathématique* et *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'adulte qui décrit et représente graphiquement ou algébriquement des lieux géométriques met à profit divers modèles mathématiques et des stratégies de différents ordres, combinant raisonnement et créativité pour surmonter un obstacle. L'adulte déploie un raisonnement déductif structuré et se familiarise avec la forme codifiée que requiert la démonstration. Il fait appel à différents types de preuve et sollicite divers types de raisonnement, dont la disjonction de cas. Ce dernier type est notamment sollicité par l'analyse ou la réalisation d'études de cas ou par la mise en œuvre d'un processus de généralisation menant à la validation d'une conjecture. Il observe des cas particuliers issus de la réalité et il en généralise des éléments. Il expérimente certaines situations qui le conduisent à analyser des données en vue de dégager les conditions nécessaires et suffisantes pour tirer une conclusion, à prendre des décisions et à déterminer la meilleure façon de procéder, d'optimiser ou de réguler une situation. De plus, il appuie ses raisonnements à l'aide d'un plan euclidien ou cartésien afin de déterminer des mesures, d'optimiser des distances, de construire des lieux géométriques, de représenter les positions relatives de figures ou de justifier des recommandations.

Lorsqu'il démontre un théorème de géométrie à l'aide de vecteurs, l'adulte traduit les hypothèses et la thèse de façon vectorielle et construit une égalité. Il développe cette égalité et utilise judicieusement la loi de Chasles afin de réduire le plus possible l'égalité de départ. Au besoin, il met à profit les propriétés du produit scalaire entre deux vecteurs. Il établit des liens entre la notation vectorielle et les propriétés des figures géométriques. De plus, l'adulte justifie toutes les étapes de sa solution en utilisant les propriétés des vecteurs de façon à rendre sa communication claire et efficace.

Tout au long de sa résolution de situations-problèmes, l'adulte utilise ses connaissances en lien avec les savoirs mathématiques : transformations géométriques, lieux géométriques, relations trigonométriques et vecteurs. L'emploi des symboles, des termes et des notations liés à ces savoirs est exact et les lois, théorèmes, corolaires ou lemmes déduits ou induits par l'adulte sont toujours validés à l'aide de différentes sources afin de bonifier sa bibliothèque mathématique personnelle. De plus, il n'hésite pas à demander de l'aide lorsqu'une difficulté se présente.

CRITÈRES D'ÉVALUATION DES COMPÉTENCES VISÉES PAR LE COURS

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes

- *Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème*
- *Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème*
- *Élaboration d'une solution* appropriée à la situation-problème*
- *Validation appropriée des étapes** de la solution élaborée*

* La solution comprend une démarche, des stratégies et un résultat.
** Le modèle mathématique, les opérations, les propriétés ou relations.

Déployer un raisonnement mathématique

- *Formulation d'une conjecture appropriée à la situation*
- *Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés*
- *Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation*
- *Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente*
- *Justification congruente des étapes d'une démarche* pertinente

Communiquer à l'aide du langage mathématique

- *Interprétation juste d'un message à caractère mathématique*
- *Production d'un message conforme à la terminologie, aux règles et aux conventions propres à la mathématique et en fonction du contexte*