Cours

MAT-4171-2

Modélisation algébrique et graphique en contexte fondamental 1

Mathématique

PRÉSENTATION DU COURS

Le but du cours *Modélisation algébrique et graphique en contexte fondamental 1* est de rendre l'adulte apte à traiter des situations qui requièrent une représentation par un modèle algébrique ou graphique exprimant un lien de dépendance entre quantités, dans une perspective fondamentale.

L'adulte qui suit le cours approfondit ses connaissances en algèbre en vue d'analyser toutes les nuances des fonctions en cause. L'étude de la fonction en escalier lui offre la possibilité d'approfondir son sens du nombre réel et son raisonnement, en particulier lorsqu'il représente et compare les fonctions *plus grand entier*, *troncature*, *arrondi* ainsi que *partie fractionnaire*. L'écriture sous forme canonique est privilégiée pour dégager les paramètres des fonctions retenues. L'adulte comprend la raison d'être de ces paramètres lorsqu'il analyse leur rôle dans la fonction, leur effet sur les graphiques (transformation de la fonction de base) ainsi que leurs liens avec les données initiales de la situation. Les observations et les manipulations peuvent être exécutées avec ou sans outils technologiques, selon l'intention pédagogique poursuivie. Le recours à la technologie autorise cependant le ciblage plus rapide d'un modèle, la mise en relief de son analyse et de sa justification plutôt que sur la manipulation algébrique. Les situations-problèmes du cours permettent de dégager des données — présentées verbalement, algébriquement, graphiquement ou par une table des valeurs —, de modéliser, de dégager des régularités, d'interpoler ou d'extrapoler en vue d'une analyse approfondie d'une situation. Bon nombre de situations-problèmes conduisent l'adulte à démontrer ses aptitudes à effectuer des manipulations algébriques. Pour arriver à une ou à plusieurs solutions, elles commandent la mise à profit de la rigueur mathématique ainsi que des stratégies déductives. De plus, les situations-problèmes comportent des tâches qui amènent l'adulte à valider et à rectifier, au besoin, la ou les solutions élaborées. D'autres situations impliquent des preuves formelles associées à différents savoirs, notamment des propriétés et des manipulations d'expressions algébriques. D'autres encore permettent d'analyser un modèle en déterminant et en interprétant la valeur des paramètres. Celles qui font appel au concept de corrélation font émerger un raisonnement qui, soutenu par une compréhension des liens de dépendance et une capacité d'abstraction, mène à reconnaître une relation de cause à effet. Celles qui concernent des systèmes d'équations ou des inéquations requièrent la description et l'interprétation d'informations. Enfin, certaines situations appellent un traitement de données dans un même registre de représentation, notamment en écriture de règles des fonctions du second degré sous une forme canonique, générale ou factorisée, alors que d'autres favorisent la transposition d'un registre à un autre.

Au terme de ce cours, l'adulte sera en mesure de représenter des situations concrètes à l'aide de l'algèbre. Sa production, juste et claire, témoignera du respect des règles et des conventions mathématiques. La représentation algébrique ou graphique d'une situation à partir de fonctions réelles et de leur réciproque permettra à l'adulte d'induire ou de déduire des résultats par interpolation ou extrapolation. De plus, il utilisera différents registres de représentation afin de généraliser le comportement à un ensemble de situations.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

Pour résoudre des situations-problèmes de ce cours, l'adulte a recours aux trois compétences disciplinaires, soit :

- *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*;
- *Déployer un raisonnement mathématique*;
- *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'emploi de stratégies efficaces incite l'adulte à déployer un raisonnement mathématique rigoureux et à communiquer avec clarté à l'aide du langage mathématique, en démontrant qu'il en respecte les codes et les conventions propres. C'est donc par l'activation intégrée des trois compétences disciplinaires et à l'aide d'autres ressources que l'adulte parvient à résoudre des situations-problèmes.

La rubrique Démarche et *stratégies* explique comment faire évoluer une situation-problème vers une solution par la mise à contribution des trois compétences disciplinaires.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES

Lors de la résolution d'un problème, l'adulte a besoin de stratégies efficaces qu'il adapte aux situations qui lui sont présentées.

Il traite des situations-problèmes en utilisant une démarche qui comprend quatre phases de résolution :

- **la représentation**;
- **la planification**;
- **l'activation**;
- **la réflexion**.

Le tableau qui suit présente sommairement chacune des phases de la démarche de résolution et quelques exemples de stratégies que l'adulte peut employer pour traiter les situations. Ces phases ne se présentent pas nécessairement de façon successive. De nombreux allers-retours entre les quatre phases peuvent être nécessaires lors de la résolution d'une situation-problème.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES	
LA REPRÉSENTATION	
- L'adulte prend contact avec la situation-problème afin de bien cerner le contexte, le problème et la tâche à effectuer. - Il construit sa représentation de la situation en utilisant des stratégies d'observation et de représentation, essentielles au raisonnement inductif. - Par différents raisonnements déductifs, il pourrait vérifier son hypothèse en attribuant des valeurs de plus en plus grandes à une variable pour constater leur effet sur la valeur de l'autre variable.	
Exemples de stratégies	• utiliser un tableau afin de faire ressortir les variables en jeu; • construire une esquisse de plan cartésien; • reformuler littéralement ou à l'aide de symboles le lien de dépendance entre les variables; • explorer la situation-problème, en substituant des valeurs numériques dans des fractions algébriques afin d'observer les variations du quotient.
LA PLANIFICATION	
- Pour planifier sa solution, l'adulte cherche des pistes et privilégie celles qui semblent les plus efficaces et économiques. - Il peut recourir à son raisonnement afin d'établir des liens structurés et fonctionnels entre ses connaissances, élargissant ainsi ses réseaux de ressources cognitives de nature mathématique. - Il cherche, par exemple, à extrapoler des résultats à l'aide d'une règle algébrique ou d'un graphique.	
Exemples de stratégies	• schématiser les grandes étapes de la solution; • inventorier les éléments qui seront nécessaires à la représentation graphique ou algébrique de la situation en fonction du registre de représentation retenu : caractéristiques de la fonction-graduation des axes du graphique-variable dépendante et variable indépendante.
L'ACTIVATION	
- Placé au cœur du traitement d'une situation-problème, il détermine, à l'aide du raisonnement, les liens entre la variation des paramètres de la règle d'une fonction et la transformation du graphique cartésien correspondant. - Il peut aussi déterminer les éléments nécessaires comme l'échelle, les propriétés et les contraintes liées au domaine de la fonction pour illustrer graphiquement une fonction, tout en respectant le sens des symboles, des termes et des notations mathématiques.	
Exemples de stratégies	• procéder par essais et erreurs pour attribuer des valeurs aux variables, de façon à déterminer les contraintes et les propriétés mathématiques des fractions algébriques; • résoudre chacune des étapes préalablement divisées.
LA RÉFLEXION	
- L'adulte adopte une attitude réflexive tout au long du traitement de la situation et se questionne régulièrement sur ses étapes de travail, et sur les choix qu'il fait, avec l'intention de valider sa solution. - À l'aide du raisonnement, il émet des conjonctures sur des cas limites ou particuliers afin de valider certains résultats. - Il prend soin de définir clairement les variables dépendante et indépendante, de graduer précisément les axes, d'utiliser une unité de mesure appropriée et de bien retranscrire les données.	
Exemples de stratégies	• vérifier, par tâtonnement, si une fonction est croissante ou décroissante en substituant différentes valeurs dans la règle de cette dernière pour un intervalle donné; • vérifier la cohérence de la solution d'un système de relations en prenant un couple dans la région solution du système pour s'assurer que celui-ci est solution à la fois de la première et de la deuxième relation; • remettre en question sa manière de procéder pour déterminer des radicaux négatifs dans la détermination de zéros, là où une solution réelle avait été prévue.

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Les compétences transversales ne se construisent pas dans l'abstrait : elles prennent racine dans des situations-problèmes et participent, à divers degrés, au développement des compétences disciplinaires, et inversement.

Plusieurs compétences transversales peuvent contribuer au traitement de situations de la famille *Relations entre quantités*. Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours : *Exploiter les technologies de l'information et de la communication* et *Exploiter l'information*.

Compétence d'ordre méthodologique

L'adulte qui fait face à un problème le moindrement complexe requiert un mode de visualisation qui lui permet de cibler plus rapidement un modèle. Pour comprendre le lien entre le taux de radiation de l'uranium et la distance qui sépare le lieu de son exploitation de son domicile, l'adulte peut *Exploiter les technologies de l'information et de la communication* pour créer et manipuler des graphiques en modifiant certains de leurs paramètres. Le recours à la technologie permet de mettre l'accent sur l'analyse de la situation.

Compétence d'ordre intellectuel

L'adulte est souvent placé dans une situation d'apprentissage qui a fait l'objet d'une expérimentation et dont les résultats ont déjà été publiés. Dans sa quête d'informations liées à la situation qu'il souhaite modéliser, il découvre une vaste quantité de renseignements contradictoires ou de valeur inégale. L'occasion est alors propice à la mise à profit de sa compétence à *Exploiter l'information*. La sélection d'une information pertinente l'amène à valider la fiabilité de ses sources. De plus, il doit organiser cette information, ce qui lui demande une bonne dose de rigueur intellectuelle.

CONTENU DISCIPLINAIRE

Dans ce cours, l'adulte réactive et approfondit l'ensemble des savoirs arithmétiques et algébriques acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, il complète sa formation en s'appropriant les savoirs propres à ce cours.

Savoirs prescrits

En vue de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées dans ce cours, l'adulte développe trois procédés intégrateurs énoncés comme suit :

- **la représentation d'une situation par un modèle algébrique ou graphique;**
- **l'interpolation ou l'extrapolation à partir d'un modèle algébrique ou graphique;**
- **la généralisation d'un ensemble de situations par un modèle algébrique ou graphique.**

Ces procédés, mis en valeur dans les situations d'apprentissage du présent cours, favorisent l'intégration des savoirs mathématiques et des compétences disciplinaires. Les situations d'apprentissage traitées doivent toucher à l'un ou l'autre de ces procédés intégrateurs. Toutefois, l'ensemble des situations choisies doit être assez vaste pour couvrir les trois procédés.

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Manipulation d'expressions algébriques	
• Opérations sur les expressions algébriques	Les opérations sur les expressions algébriques se limitent : • à la multiplication • à la division de polynômes par un binôme (avec ou sans reste) • à la réduction d'expressions rationnelles (fractions rationnelles)
• Développement, réduction ou substitution d'expressions à l'aide d'identités algébriques remarquables	Les identités algébriques remarquables du second degré sont : • le trinôme carré parfait • la différence de deux carrés
• Complétion de carré	La complétion de carré est utilisée pour la factorisation et le passage entre différentes formes d'écriture pour la fonction polynomiale du second degré.
• Factorisation de trinômes à l'aide des racines	La factorisation se fait à l'aide des racines du polynôme, lorsque celles-ci existent : $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
• Résolution d'équations et d'inéquations du 1^{er} degré à une ou deux variables et du 2^e degré à une variable	Les résolutions d'équations et d'inéquations se font : • algébriquement • graphiquement

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Relation et fonction	
• Expérimentation, observation, interprétation, description et représentation de fonctions réelles	Les fonctions réelles à l'étude dans ce cours sont : • polynomiale du second degré o forme générale $f(x) = ax^2 + bx + c$ o forme factorisée $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ o forme canonique $f(x) = a(x - h)^2 + k$ • en escalier (partie entière du plus grand entier non supérieur à x) $f(x) = a[b(x - h)] + k$ La représentation de la fonction peut se faire : • verbalement • à l'aide d'une table de valeurs • algébriquement • graphiquement, avec ou sans soutien technologique
• Description et interprétation des propriétés des fonctions réelles	Les propriétés des fonctions réelles à l'étude dans ce cours sont : • le domaine et le codomaine (l'image) • la croissance et la décroissance • les extremums • le signe • les coordonnées à l'origine
• Interprétation des paramètres multiplicatif et additif	
• Passage d'une forme d'écriture à une autre pour la fonction polynomiale du 2e degré	

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Système • Représentation d'une situation à l'aide de droites ou de demi-plans	L'étude des propriétés des droites fait référence : • aux droites parallèles • aux droites sécantes • aux droites confondues • aux droites perpendiculaires L'équation de la droite peut être : • sous la forme générale $Ax + By + C = 0$ • sous la forme canonique $y = ax + b$ • sous la forme symétrique $\left(\frac{x}{a}+\frac{y}{b}\right) = 1$
• Résolution de systèmes d'équations du 1er degré à deux variables • Résolution de systèmes composés d'une équation du 1er degré et d'une équation du 2e degré à deux variables	Les résolutions de systèmes peuvent se faire : • à l'aide d'une table de valeurs • algébriquement • graphiquement

Repères culturels

Un nombre croissant d'objets, d'outils et de techniques utilisés quotidiennement doivent leur existence et leur efficacité à la mathématique. Par exemple, les innovations récentes concernant les prévisions météorologiques, le traitement numérique des images, la fusion des données relatives à la surveillance aérienne et spatiale, le contrôle du transport ferroviaire, l'optimisation des réseaux de téléphonie cellulaire, la gestion hydroélectrique d'une centrale ou d'une région ont tous en commun la modélisation.

On pourra, de la même façon, comprendre pourquoi un barrage hydroélectrique résistera mieux à l'énorme pression de l'eau retenue dans le réservoir en amont s'il épouse la forme d'un arc parabolique plutôt que toute autre forme. La représentation graphique du phénomène pourrait aider l'adulte à saisir l'importance de la mathématique et de la modélisation dans la construction de structures. Il pourrait également comparer les structures construites aujourd'hui avec celles qui datent du précédent millénaire et constater que ces notions étaient déjà comprises à cette époque.

L'adulte pourra explorer maints exemples de modélisation de phénomènes à l'aide d'équations algébriques, et constater que de nombreux domaines font appel à des notions d'algèbre : le contrôle aérien, la recherche opérationnelle, l'informatique, la cryptographie et l'économie, pour n'en citer que quelques-uns.

FAMILLE DE SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

La famille *Relation entre quantités* regroupe les situations qui comportent un problème pouvant être traité en partie par une représentation fondée sur un modèle algébrique ou graphique exprimant une relation entre quantités, dans une perspective fondamentale. Le cours *Modélisation algébrique et graphique en contexte fondamental 1* fournit l'occasion à l'adulte de poser des actions en vue d'établir des relations ou des liens de dépendance entre des quantités.

En traitant les situations-problèmes de ce cours, l'adulte est amené, entre autres, à vérifier son hypothèse en attribuant des valeurs de plus en plus grandes à une variable pour constater leur effet sur la valeur de l'autre variable, à déterminer les liens entre la variation des paramètres de la règle d'une fonction et la transformation du graphique cartésien correspondant ou encore, à démontrer qu'il distingue bien le sens des termes utilisés en mathématique de leur sens commun.

DOMAINES GÉNÉRAUX DE FORMATION

Les domaines généraux de formation couvrent les grands enjeux contemporains. Idéalement, le choix des situations à traiter doit être fait dans le respect des intentions éducatives des différents domaines généraux de formation puisque ces domaines représentent des toiles de fond sur lesquelles se greffent les situations-problèmes servant ainsi à donner du sens aux apprentissages de l'adulte. Deux de ces domaines sont particulièrement appropriés à ce cours : *Médias* et *Environnement et consommation*.

Médias

L'adulte intéressé par des scènes de poursuite impliquant des véhicules pourrait faire une étude sur la variation de paramètres tels que la vitesse maximale et l'accélération afin de dégager des équations algébriques à partir de modèles graphiques. Une présentation multimédia serait ensuite indiquée pour qu'il fasse part de ses observations et explique les conclusions tirées. En agissant avec éthique, l'adulte pourrait permettre à son auditoire d'établir une distinction entre les faits et les fausses croyances. Il tiendrait alors compte de l'appréciation des représentations médiatiques de la réalité, ce qui est en relation avec l'un des axes de développement du DGF *Médias*.

Environnement et consommation

L'adulte préoccupé par les problèmes environnementaux et intéressé par des systèmes de production d'énergie renouvelable pourrait, à l'aide de certaines fonctions, analyser l'efficacité d'une éolienne ou d'un panneau solaire par rapport à ses coûts. Le rendement des cellules photovoltaïques varie selon la surface du panneau, le degré d'ensoleillement et certains autres facteurs. L'adulte pourrait évaluer ses besoins en électricité et, à l'aide de graphiques ou de tableaux de valeurs, voir l'utilité d'un investissement en ce sens ou encore choisir la taille du panneau ou de l'éolienne qui répondrait à ses propres besoins. L'adulte pourrait donc être amené à prendre conscience de sa consommation d'électricité et à s'ouvrir à des solutions de rechange en matière d'utilisation rationnelle des ressources. Il pourrait ainsi faire des choix éclairés, ce qui est en relation avec l'un des axes de développement du DGF *Environnement et consommation*.

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE

Toutes les situations d'apprentissage ou situations-problèmes, peu importe le domaine général de formation retenu, placent l'adulte au cœur de l'action. Elles favorisent le développement des compétences disciplinaires et transversales visées, l'acquisition de notions et de concepts mathématiques de même que la mobilisation de ressources diverses utiles à la réalisation de la tâche.

Le tableau qui suit présente les éléments nécessaires à l'élaboration de toute situation d'apprentissage ou situation-problème. On y précise ceux retenus dans l'énoncé de situation-problème décrit à la page suivante.

ÉLÉMENTS NÉCESSAIRES À L'ÉLABORATION D'UNE SITUATION D'APPRENTISSAGE, D'UNE SITUATION-PROBLÈME	
Domaine général de formation (ciblé) – Permet de contextualiser les apprentissages, de leur donner du sens.	• Médias
Compétences disciplinaires (prescrites) – Se développent dans l'action. Nécessitent la participation active de l'adulte.	• Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes • Déployer un raisonnement mathématique • Communiquer à l'aide du langage mathématique
Famille de situations d'apprentissage (prescrite) – Regroupe des situations appropriées au cours à partir de problématiques tirées de la réalité. – Permet, entre autres, l'acquisition de connaissances mathématiques.	• Relation entre quantités
Compétences transversales (ciblées) – Se développent en contexte en même temps que les compétences disciplinaires.	• Exploiter les technologies de l'information et de la communication • Exploiter l'information
Savoirs essentiels (prescrits) – Sont des connaissances, des concepts, des notions mathématiques à acquérir.	• Voir liste

Cette rubrique propose, en fait, un exemple d'énoncé de situation-problème accompagné d'exemples d'actions associées au traitement mathématique. Cet énoncé est constitué d'un contexte qui sert de fil conducteur, mais les activités d'apprentissage incluses n'y sont pas détaillées de façon formelle. L'accent est plutôt mis sur un exemple de traitement mathématique pertinent, qui respecte les quatre phases de la résolution : la représentation, la planification, l'activation et la réflexion. Toutefois, même si ce n'est pas explicite, on peut discerner les éléments qui composent cet énoncé, éléments identifiés dans le précédent tableau, soit : le domaine général de formation, les compétences disciplinaires, la famille de situations, les compétences transversales et les savoirs essentiels. Pour favoriser l'apprentissage, ces différents éléments doivent former un tout cohérent et signifiant pour l'adulte.

L'enseignante ou enseignant peut se servir de chacun des éléments comme autant d'objets de formation. Ces objets peuvent être des actions associées à chacune des phases de résolution, des actions relatives aux compétences disciplinaires ou transversales ou encore aux savoirs prescrits. L'enseignante ou enseignant a la possibilité d'utiliser l'exemple de traitement mathématique fourni pour construire d'autres tâches complexes ou d'autres activités d'apprentissage liées aux connaissances mathématiques que l'adulte doit acquérir.

<table>
<tr><th>Énoncé de situation-problème</th><th colspan="2">Exemples d'actions associées au traitement mathématique
d'une situation-problème appartenant à la famille
Relation entre quantités</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Au cinéma, les scènes de poursuite impliquant deux véhicules sont monnaie courante. Une voiture roule sur une route et, loin derrière, une autre voiture se lance à sa poursuite. Quand le conducteur aperçoit son poursuivant, il accélère en espérant lui échapper. On se demande alors comment se terminera la poursuite…</td><td colspan="2">Procédé intégrateur : Généralisation d'un ensemble de situations par un modèle algébrique ou graphique
Au cours de l'une ou l'autre des phases de résolution, l'adulte pourrait accomplir les actions suivantes :</td></tr>
<tr><td>Représentation</td><td>• Reformuler les caractéristiques de la situation dans ses mots afin d'avoir une idée précise du problème;
• Avancer une hypothèse sur le type de relation existant entre la position des véhicules et le temps;
• Supposer intuitivement que si l'accélération augmente, la distance minimale entre les deux véhicules diminue.</td></tr>
<tr><td>Planification</td><td>• Se référer à une situation-problème analogue déjà analysée en classe pour modéliser les relations à partir des données fournies;
• Déterminer l'ordre dans lequel les actions sont entreprises : par exemple, inscrire les données fournies sur un graphique avant de rechercher la relation existant entre ces données, puis généraliser le système d'équations.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Énoncé de situation-problème</th><th colspan="2">Exemples d’actions associées au traitement mathématique d’une situation-problème appartenant à la famille Relation entre quantités</th></tr>
<tr><td rowspan="2">On suppose que les deux véhicules ont une même vitesse maximale et que l’accélération du poursuivi est constante jusqu’à ce qu’il atteigne sa vitesse maximale. On fournit à l’adulte des données suffisantes sur les deux véhicules pour qu’il puisse déterminer le type de relation entre la position des véhicules et leur temps de déplacement.

On demande ensuite à l’adulte de généraliser ce type de situation en établissant un système d’équations, et de déterminer quelle devrait être la distance initiale minimale entre les deux véhicules
pour que le poursuivi réussisse à s’échapper grâce à l’accélération de son véhicule, la vitesse du poursuivant étant considérée comme constante.

L’adulte devra faire une présentation multimédia de sa démonstration.</td><td>Activation</td><td>Tracer, sur un plan cartésien, le graphique de la position des deux véhicules en fonction du temps;
Déterminer la règle algébrique pour chacune des voitures;
Par extrapolation, déterminer à quel moment les deux véhicules se rencontreront;
Déterminer quelle devrait être la distance initiale pour que la rencontre n’ait pas lieu, en s’aidant éventuellement de la technologie;
Faire varier l’accélération et modifier le graphique en conséquence, puis déterminer la distance initiale minimale entre les deux véhicules pour que le poursuivi réussisse à s’échapper en fonction de la vitesse du poursuivant et de l’accélération du poursuivi;
Répéter cette dernière étape dans le but d’arriver à une généralisation du système d’équations;
Utiliser un langage mathématique formel pour généraliser la situation.</td></tr>
<tr><td>Réflexion</td><td>Comparer sa solution et ses résultats à ceux d’autres adultes dans le but de faire ressortir les forces et les faiblesses du modèle construit;
S’interroger, au cours de sa démonstration, sur la pertinence de ses choix : la fonction du 2^{e} degré aurait-elle pu être remplacée par une fonction exponentielle et pourquoi? La supposition initiale (la distance minimale diminue si l’accélération augmente) est-elle vérifiée?;
Vérifier si la modification d’un paramètre autre que la distance entre les véhicules au départ permettrait au poursuivi d’échapper à son poursuivant.</td></tr>
</table>

ATTENTES DE FIN DE COURS

Pour résoudre des situations-problèmes de la famille *Relations entre quantités*, l'adulte se représente une situation, effectue des interpolations ou extrapolations et généralise un ensemble de situations par un modèle algébrique ou graphique. Pour ce faire, il met en œuvre les trois compétences disciplinaires du programme, soit : *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*, *Déployer un raisonnement mathématique* et *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'adulte qui représente une situation-problème par un modèle algébrique ou graphique à l'aide de fonctions réelles ou de leur réciproque sélectionne les informations pertinentes dans le but de déterminer une régularité ou une loi qui tiendra compte de la meilleure relation entre les contraintes à respecter et les conséquences imposées. Il choisit le modèle algébrique le plus approprié à la situation en donnant, au besoin, des exemples avec des valeurs numériques en vue de prendre une décision quant au type de relation qui existe entre les variables de la situation. De plus, il reconnaît et choisit les symboles, les termes et les notations mathématiques qui servent à une juste représentation. Il produit des messages mathématiques rigoureux qui respectent parfaitement les règles et conventions mathématiques liées aux fonctions à l'étude dans ce cours. Si la situation l'amène à résoudre des systèmes d'équations du premier et du second degré, il valide algébriquement ses pistes de solutions ou ses intuitions, parfois issues d'une esquisse graphique. De plus, il est en mesure de justifier toutes les étapes de sa démarche à l'aide du langage mathématique.

La détermination des questions visant à régler une situation résulte de l'interpolation ou de l'extrapolation à partir d'un modèle algébrique ou graphique. Ces questions servent de tremplin pour l'établissement de liens structurés et fonctionnels entre certains savoirs mathématiques, par exemple les liens entre les paramètres d'une même fonction ou l'influence, sur une famille de fonctions, de la variation d'un paramètre. L'adulte propose par la suite des idées probables ou vraisemblables en vue de déduire des propositions liées à la situation, et il valide ses conjectures par interpolation ou extrapolation en substituant des valeurs numériques dans la règle algébrique qu'il aura modélisée. La recherche de la règle se fait de façon rigoureuse à l'aide des zéros de la fonction ou des caractéristiques de la fonction en escalier.

Lorsque l'adulte effectue une modélisation de plusieurs situations à l'aide d'une fonction réelle, il vérifie la possibilité de généraliser des propriétés qui leur sont liées. Pour ce faire, il détermine les éléments importants et les obstacles à surmonter. Il se réfère à la solution d'une ou de plusieurs situations-problèmes analogues. En plus de procéder par essais et erreurs, il trouve des invariants qui lui permettent des généralisations, et il en déduit des lois, des règles ou des propriétés. Il valide sa solution à l'aide d'exemples ou de contre-exemples en vue d'éprouver ses déductions. De plus, la résolution de systèmes d'équations du premier degré à deux variables lui sert d'outil pour généraliser des résultats qui conduisent aux propriétés liées aux différents types de droites, qu'elles soient parallèles, perpendiculaires, confondues ou sécantes.

Enfin, lorsqu'il effectue des opérations sur les expressions algébriques, il utilise adéquatement la factorisation à l'aide d'identités remarquables : trinôme carré parfait ou différence de deux carrés. Il relève aisément les singularités des fractions algébriques et est en mesure d'illustrer ses conclusions à l'aide d'une représentation graphique.

Tout au long de sa résolution de situations-problèmes, l'adulte utilise ses connaissances en lien avec les savoirs mathématiques : manipulation d'expressions numériques et algébriques, fonction, réciproque et système. L'emploi des symboles, des termes et des notations liés à ces savoirs est exact et les lois, théorèmes, corolaires ou lemmes déduits ou induits par l'adulte sont toujours validés auprès de différentes sources afin de bonifier sa bibliothèque mathématique personnelle. De plus, il n'hésite pas à demander de l'aide lorsqu'une difficulté se présente.

CRITÈRES D'ÉVALUATION DES COMPÉTENCES VISÉES PAR LE COURS

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes

- *Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème*
- *Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème*
- *Élaboration d'une solution* appropriée à la situation-problème*
- *Validation appropriée des étapes** de la solution élaborée*

* La solution comprend une démarche, des stratégies et un résultat.
** Le modèle mathématique, les opérations, les propriétés ou relations.

Déployer un raisonnement mathématique

- *Formulation d'une conjecture appropriée à la situation*
- *Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés*
- *Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation*
- *Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente*
- *Justification congruente des étapes d'une démarche* pertinente

Communiquer à l'aide du langage mathématique

- *Interprétation juste d'un message à caractère mathématique*
- *Production d'un message conforme à la terminologie, aux règles et aux conventions propres à la mathématique et en fonction du contexte*