

Cours
MAT-4152-1
Collectes de données
en contexte général

Mathématique



PRÉSENTATION DU COURS

Le but du cours *Collecte de données en contexte général* est de rendre l'adulte apte à traiter des situations qui requièrent la collecte ou le traitement de données exprimées sous forme de distribution à un ou deux caractères, dans une perspective générale.

L'adulte qui suit le cours poursuit son apprentissage de la statistique descriptive et apprend à faire intuitivement quelques inférences. Dans le but de prendre des décisions éclairées, l'adulte peut interpréter et évaluer des conjectures soulevées à partir de situations réalistes qui font appel, entre autres, au sens du nombre et des opérations, au raisonnement proportionnel de même qu'au sens des données statistiques. La décision peut aussi être basée sur l'analyse de différentes sources de biais ou de l'effet de la modification de certains éléments, ou encore sur le calcul d'autres mesures pertinentes. Les situations-problèmes à l'étude amènent l'adulte à prendre des décisions en s'appuyant sur des données statistiques. Elles sous-tendent l'organisation de données et l'étude de distributions à un ou deux caractères dans lesquelles la détermination de mesures statistiques (coefficient de corrélation, mesure de tendance centrale, de dispersion ou de position) est sollicitée. Par exemple, l'adulte doit décrire une population et tirer des conclusions à son sujet. Enfin, les situations-problèmes à l'étude dans ce cours peuvent exiger une description à partir d'une représentation graphique ou d'une table de valeurs. Dans certains cas, elles demandent que l'adulte rédige un questionnaire avant de procéder à une collecte de données ou d'établir un relevé statistique. Dans d'autres cas, elles lui permettent de dégager et d'interpréter différentes mesures que lui ou d'autres ont recueillies.

Au terme de ce cours, l'adulte sera en mesure d'effectuer une collecte de données. Il pourra aussi comparer d'autres collectes de données de même type pour résoudre un problème qu'il aura lui-même cerné. La présentation des résultats de son analyse sera faite dans le respect des règles et des conventions mathématiques. Il utilisera des stratégies de résolution de situations-problèmes afin de prendre les décisions les plus appropriées et de déterminer la solution qui lui semble la plus juste. De plus, il interprètera, à l'aide du raisonnement mathématique, des données statistiques issues d'une collecte de données.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

Pour résoudre des situations-problèmes, l'adulte a recours aux trois compétences disciplinaires, soit :

- *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes;*
- *Déployer un raisonnement mathématique;*
- *Communiquer à l'aide du langage mathématique.*

L'emploi de stratégies efficaces incite l'adulte à déployer un raisonnement mathématique rigoureux et à communiquer avec clarté à l'aide du langage mathématique, en démontrant qu'il en respecte les codes et les conventions particulières. C'est donc par l'activation intégrée des trois compétences disciplinaires et à l'aide d'autres ressources que l'adulte parvient à résoudre des situations-problèmes.

La rubrique *Démarche et stratégies* explique comment faire évoluer une situation-problème vers une solution, par la mise à contribution des trois compétences disciplinaires.

DÉMARCHES ET STRATÉGIES

Pour résoudre un problème, l'adulte a besoin de stratégies efficaces qu'il adapte aux situations présentées.

Il traite des situations-problèmes en utilisant une démarche qui comprend quatre phases de résolution :

- **la représentation;**
- **la planification;**
- **l'activation;**
- **la réflexion.**

Le tableau qui suit présente sommairement chacune des phases de la démarche de résolution et quelques exemples de stratégies que l'adulte peut employer pour traiter les situations. Ces phases ne se présentent pas nécessairement de façon successive. De nombreux allers-retours entre les quatre phases peuvent être nécessaires lors de la résolution d'une situation-problème.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES	
LA REPRÉSENTATION	
<ul style="list-style-type: none"> - L'adulte prend contact avec la situation-problème afin de bien cerner le contexte, le problème et la tâche à effectuer. - Il utilise des stratégies d'observation et de représentation essentielles au raisonnement inductif. - Lors de son appropriation du contexte et du problème, l'adulte déploie des raisonnements déductifs, en particulier lorsqu'il s'agit de données implicites. 	
Exemples de stratégies	<ul style="list-style-type: none"> • écrire littéralement les éléments de la situation qui lui semblent pertinents, facilitant ainsi la recherche d'un lien entre variables dans le cas d'une recherche de corrélation; • organiser les données provenant d'un échantillon afin de décrire une population et de faciliter le traitement de ces données; • dresser la liste de ses stratégies et connaissances en statistique en relation avec la situation; • décrire les caractéristiques de la situation; • recueillir les informations pertinentes.
LA PLANIFICATION	
<ul style="list-style-type: none"> - Pour planifier sa solution, l'adulte cherche des pistes et privilégie celles qui semblent les plus efficaces et économiques. - Il élabore ensuite un plan en tenant compte des éléments du langage mathématique (sens des symboles, des termes et des notations ainsi que les différents registres de représentation). - Par le raisonnement, il établit des liens structurés et fonctionnels entre ses connaissances, élargissant ainsi ses réseaux de ressources cognitives. 	
Exemples de stratégies	<ul style="list-style-type: none"> • recourir, par recherche systématique, au modèle de corrélation le plus approprié à la situation, tout en tenant compte de la dispersion des données afin de faire le bon choix; • déterminer les mesures de tendance centrale et de dispersion les plus appropriées pour établir des liens entre les données de la situation.
L'ACTIVATION	
<ul style="list-style-type: none"> - Placé au cœur du traitement d'une situation-problème, l'adulte peut établir des liens entre la représentation graphique, le coefficient de corrélation et l'interdépendance des variables impliquées. - L'adulte est amené à déduire certains liens en mobilisant ses connaissances sur les statistiques. 	
Exemples de stratégies	<ul style="list-style-type: none"> • rattacher, dans un tableau, les éléments de la corrélation : ordonnancement des données statistiques, médiane, moyenne, écart moyen, etc.; • tracer la droite de régression à partir des moyennes ou des médianes; • utiliser la technologie (tableur, calculatrice graphique, etc.) pour analyser le rôle des différents paramètres de la règle de la droite de corrélation.
LA RÉFLEXION	
<ul style="list-style-type: none"> - L'adulte adopte une attitude réflexive tout au long du traitement de la situation et se questionne régulièrement sur ses étapes de travail, et sur les choix qu'il fait, avec l'intention de valider sa solution. - Le raisonnement autorise l'adulte à rejeter des extrapolations qui n'auraient aucun sens dans la réalité. - L'adulte s'assure, pour le décodage, qu'il distingue bien le sens des termes utilisés en statistique de leur sens commun. 	
Exemples de stratégies	<ul style="list-style-type: none"> • vérifier la cohérence de sa solution en validant une interpolation ou une extrapolation graphique par la substitution des valeurs des variables dans l'expression algébrique de la droite de régression, etc.; • utiliser un tableur comme outil de validation.

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Les compétences transversales ne se construisent pas dans l'abstrait : elles prennent racine dans des situations-problèmes et participent, à divers degrés, au développement des compétences disciplinaires et inversement.

Plusieurs compétences transversales contribuent au traitement de situations de la famille *Traitement de données*. Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours : *Exercer son jugement critique* et *Exploiter les technologies de l'information et de la communication*.

Compétence d'ordre intellectuel

Le traitement d'une situation qui fait appel à la statistique exige que l'adulte *exerce son jugement critique*, à partir de critères déterminés en fonction du but d'une étude, avant de se prononcer sur la pertinence et la validité de l'information. Par exemple, la vérification d'une corrélation entre deux données ou la détermination précise d'une mesure de position ou de dispersion pourrait développer cette compétence en favorisant le rejet d'idées préconçues ou de préjugés. L'étude de la statistique pourrait ainsi mettre en relief la part qu'occupent la raison et les préjugés dans une opinion.

Compétence d'ordre méthodologique

La compétence *Exploiter les technologies de l'information et de la communication* est un atout considérable pour qui souhaite manipuler des distributions de données. Un tableur sert, entre autres, à calculer un écart-type, à tracer un graphique pour une distribution à un caractère, à calculer un coefficient de corrélation et à construire un graphique avec nuage de points pour une distribution à deux caractères.

CONTENU DISCIPLINAIRE

Dans ce cours, l'adulte réactive et approfondit l'ensemble des savoirs propres à la statistique, acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, il complète sa formation en s'appropriant les savoirs propres à ce cours.

Savoirs prescrits

En vue de traiter efficacement les situations proposées dans ce cours, l'adulte développe trois procédés intégrateurs énoncés comme suit :

- **la réalisation d'une collecte de données;**
- **la comparaison de collectes de données;**
- **l'interprétation de données issues d'une expérience.**

Ces procédés, mis en valeur dans les situations d'apprentissage du présent cours, favorisent l'intégration des savoirs mathématiques et des compétences disciplinaires. Les situations d'apprentissage traitées devront toucher à l'un ou l'autre de ces procédés intégrateurs. Toutefois, l'ensemble des situations choisies devra être assez vaste pour couvrir les trois procédés.

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
<p>Distributions statistiques à un caractère</p> <ul style="list-style-type: none"> • Détermination et interprétation de mesures de position et de dispersion • Représentation de données statistiques issues d'une population ou d'un échantillon 	<p>Les mesures de position et de dispersion à l'étude sont :</p> <ul style="list-style-type: none"> • le rang centile • l'écart moyen <p><i>Dans l'analyse et l'interprétation d'une distribution, la compréhension de l'écart moyen doit primer sur les calculs.</i></p> <p>Le registre de représentation à l'étude est le diagramme à tige et à feuilles.</p>
<p>Distribution à deux caractères</p> <ul style="list-style-type: none"> • Construction et interprétation de tableaux de distribution à deux caractères • Représentation graphique à l'aide d'un nuage de points 	<p>Dans l'étude de la corrélation linéaire, l'analyse et la communication doivent primer sur les calculs.</p>

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
<ul style="list-style-type: none"> • Représentation de la droite de régression à l'aide d'une règle ou d'un graphique • Interpolation ou extrapolation à l'aide de la droite de régression • Approximation et interprétation du coefficient de corrélation • Interprétation qualitative et quantitative d'une corrélation 	<p>Dans le présent cours, la détermination de l'équation de la droite de régression se limite à une approximation. L'adulte pourrait déterminer l'équation de la droite à l'aide de deux points pris dans le nuage, l'un pouvant être la moyenne des abscisses et des ordonnées.</p> <p>Les méthodes de détermination de la droite de régression se font par la droite médiane-médiane ou la droite de Mayer. Elles sont cependant facultatives.</p> <p>Les caractéristiques de la corrélation sont : positive, négative, nulle, parfaite, forte, moyenne ou faible.</p> <p>L'interprétation se limite aux seuls cas de corrélations linéaires. Celles-ci peuvent se faire par approximation au moyen d'une méthode graphique (rectangle ou ellipse). La détermination de la valeur du coefficient de corrélation se fait à l'aide de la technologie.</p>

Repères culturels

La statistique occupe une place prépondérante dans notre société. Les journaux regorgent d'exemples de traitement de données : le nombre de décès annuels liés au tabagisme au cours des vingt dernières années, le taux de réussite d'un programme d'employabilité selon l'âge ou les régions ou encore le nombre de buts et de passes des joueurs de la Ligue nationale de hockey. Les résultats de ces recherches orientent les décisions de nombreuses sociétés, municipalités, compagnies d'assurances, organismes de toutes sortes, et ce, dans bien des domaines. De plus, l'arrivée de l'informatique a grandement facilité le traitement des données.

L'adulte qui aime le hockey pourrait vérifier s'il existe, par exemple, une corrélation entre le nombre de buts d'un attaquant et le nombre de minutes passées sur la glace en se servant des données colligées dans des revues de sport.

FAMILLE DE SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

La famille *Traitement de données* regroupe les situations qui comportent un problème pouvant être traité en partie par la collecte ou le traitement de données, dans une perspective générale. Le cours *Collecte de données en contexte général* fournit l'occasion à l'adulte de poser des actions en vue de le rendre capable d'effectuer ou de comparer des collectes de données.

En traitant les situations-problèmes de ce cours, l'adulte est amené, entre autres, à établir des liens structurés et fonctionnels entre ses connaissances, élargissant ainsi ses réseaux de ressources cognitives, à déduire certains liens en mobilisant ses connaissances sur la corrélation durant le traitement d'une situation ou encore, à exclure de l'analyse de corrélation les données trop distancées du nuage de points.

DOMAINES GÉNÉRAUX DE FORMATION

Les domaines généraux de formation couvrent les grands enjeux contemporains. Idéalement, le choix des situations à traiter doit être fait dans le respect des intentions éducatives des différents domaines généraux de formation, puisque ces domaines représentent des toiles de fond sur lesquelles se greffent les situations-problèmes servant ainsi à donner du sens aux apprentissages de l'adulte. Deux de ces domaines sont particulièrement appropriés à ce cours : *Environnement et consommation* et *Orientation et entrepreneuriat*.

Environnement et consommation

Les notions de corrélation linéaire vues dans ce cours pourraient aider l'adulte à prendre une meilleure décision sur le plan économique lorsqu'il souscrit une assurance. Il pourrait établir la corrélation entre chacun des facteurs qui influent sur le coût de l'assurance et le montant à verser pour être couvert. Une comparaison des diverses options d'achat pourrait ensuite être envisagée. L'adulte serait mieux outillé pour faire des choix éclairés en matière de consommation, aspect rattaché à l'un des axes de développement du DGF *Environnement et consommation*.

Orientation et entrepreneuriat

Dans un centre d'éducation des adultes, divers services comme une cafétéria ou une radio étudiante peuvent être offerts. Avant de mettre en place de tels services, on doit s'assurer qu'ils répondent aux besoins de l'effectif du centre. De plus, l'exploitation de tels services nécessite des ajustements en fonction de l'évolution de la population étudiante. L'étude de données statistiques – en particulier les liens entre différents facteurs et l'extrapolation à partir de données historiques et actuelles – pourrait éclairer la décision de l'adulte qui se consacre à un tel projet. La conduite d'un travail de cette envergure l'engage à se réaliser et à prendre la place qui lui revient dans la société, ce qui rejoint l'intention éducative du DGF *Orientation et entrepreneuriat*.

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE

Toutes les situations d'apprentissage ou situations-problèmes, peu importe le domaine général de formation retenu, placent l'adulte au cœur de l'action. Elles favorisent le développement des compétences disciplinaires et transversales visées, l'acquisition de notions et de concepts mathématiques de même que la mobilisation de ressources diverses utiles à la réalisation de la tâche.

Le tableau qui suit présente les éléments nécessaires à l'élaboration de toute situation d'apprentissage ou situation-problème. On y précise ceux retenus dans l'énoncé de situation-problème décrit à la page suivante.

ÉLÉMENTS NÉCESSAIRES À L'ÉLABORATION D'UNE SITUATION D'APPRENTISSAGE, D'UNE SITUATION-PROBLÈME	
Domaine général de formation (ciblé) – Permet de contextualiser les apprentissages, de leur donner du sens.	<ul style="list-style-type: none"> • Environnement et consommation
Compétences disciplinaires (prescrites) – Se développent dans l'action. Nécessitent la participation active de l'adulte.	<ul style="list-style-type: none"> • Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes • Déployer un raisonnement mathématique • Communiquer à l'aide du langage mathématique
Famille de situations d'apprentissage (prescrite) – Regroupe des situations appropriées au cours à partir de problématiques tirées de la réalité. – Permet, entre autres, l'acquisition de connaissances mathématiques.	<ul style="list-style-type: none"> • Traitement de données
Compétences transversales (ciblées) – Se développent en contexte en même temps que les compétences disciplinaires.	<ul style="list-style-type: none"> • Exercer son jugement critique
Savoirs essentiels (prescrits) – Sont des connaissances, des concepts, des notions mathématiques à acquérir.	<ul style="list-style-type: none"> • Voir liste

Cette rubrique propose, en fait, un exemple d'énoncé de situation-problème, accompagné d'exemples d'actions associées au traitement mathématique. Cet énoncé est constitué d'un contexte qui sert de fil conducteur, mais les activités d'apprentissage incluses n'y sont pas détaillées de façon formelle. L'accent est plutôt mis sur un exemple de traitement mathématique pertinent, qui respecte les quatre phases de la résolution : la représentation, la planification, l'activation et la réflexion. Toutefois, même si ce n'est pas explicite, on peut discerner les éléments qui composent cet énoncé, éléments identifiés dans le précédent tableau, soit : le domaine général de formation, les compétences disciplinaires, la famille de situations, les compétences transversales et les savoirs essentiels. Pour favoriser l'apprentissage, ces différents éléments doivent former un tout cohérent et signifiant pour l'adulte.

L'enseignante ou enseignant peut se servir de chacun des éléments comme autant d'objets de formation. Ces objets peuvent être des actions associées à chacune des phases de résolution, des actions relatives aux compétences disciplinaires ou transversales ou encore aux savoirs prescrits. L'enseignante ou enseignant a la possibilité d'utiliser l'exemple de traitement mathématique fourni pour construire d'autres tâches complexes ou d'autres activités d'apprentissage liées aux connaissances mathématiques, que l'adulte doit acquérir.

Énoncé de situation-problème	Exemples d'actions associées au traitement mathématique d'une situation-problème appartenant à la famille <i>Traitement de données</i>
<p>En tant que consommateur, l'adulte veut souscrire une assurance automobile.</p> <p>Il se rend compte de la discrimination qui affecte le montant des primes. Il observe, par exemple, que l'âge ou le sexe du conducteur influe sur la prime.</p>	<p>Procédé intégrateur : <i>Comparaison de collectes de données</i></p> <p>Au cours de l'une ou l'autre des phases de résolution, l'adulte pourrait accomplir les actions suivantes :</p> <p>Représentation</p> <ul style="list-style-type: none"> • Consulter, dans Internet, les dossiers statistiques de la Société de l'assurance automobile du Québec (SAAQ); • Recueillir les informations liées aux tarifs d'assurance automobile auprès d'une ou de plusieurs compagnies d'assurances. <p>Planification</p> <ul style="list-style-type: none"> • Déterminer les variables pouvant être mises en corrélation, par exemple : <ul style="list-style-type: none"> – le montant des primes et l'âge de l'assuré; – le montant des primes et le nombre de réclamations; – l'âge et le nombre d'accidents; – le nombre d'années d'expérience et le coût des primes.
<p>L'adulte est donc appelé à analyser et à interpréter les différences qui affectent le coût des primes d'assurances.</p>	<p>Activation</p> <ul style="list-style-type: none"> • Énoncer des conjectures en fonction du type de corrélation mis en évidence. Par exemple, l'adulte pourrait supposer que des primes, justifiées par l'existence d'un lien entre le jeune âge du conducteur et le nombre d'accidents dans cette catégorie d'âge, peuvent également être liées à la situation géographique, conjecture qui pourrait être vérifiée par une autre analyse statistique. <p>Réflexion</p> <ul style="list-style-type: none"> • Faire ressortir les conclusions tirées de l'analyse des résultats en distinguant les éléments pertinents de ceux qui ne le sont pas.

ATTENTES DE FIN DE COURS

Pour résoudre les situations-problèmes de la famille *Traitement de données*, l'adulte réalise, compare et interprète des collectes de données issues d'expériences. Pour ce faire, il met en œuvre les trois compétences disciplinaires du programme, soit : *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*, *Déployer un raisonnement mathématique* et *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

La réalisation d'une collecte de données exige l'utilisation des stratégies de résolution de situations-problèmes afin de cerner la problématique et d'en dégager les tâches à exécuter. L'adulte détermine alors les éléments importants à retenir et les obstacles à surmonter, dans le but de différencier une statistique à un ou deux caractères. De plus, lorsqu'il met en œuvre sa solution, il établit un plan et l'exécute en respectant chacune des étapes validées au préalable, c'est-à-dire collecte et traitement (interprétation et analyse) des données. L'adulte qui traverse ces deux dernières étapes déploie un raisonnement mathématique en explorant la problématique à l'étude et en dégagant des régularités. Il énonce des conjectures à partir d'une droite de corrélation en vue de prendre des décisions à moyen ou à long terme. Par exemple, il tire des conclusions lorsqu'il dégage des lois ou des règles en lien avec le rang centile ou les écarts moyens. Enfin, lorsqu'il produit un message à caractère mathématique, il utilise un registre de représentation adéquat en fonction des contraintes de la situation-problème : droite de Mayer, médiane-médiane, tableau ordonné ou diagramme à tige et feuilles lorsqu'il s'agit d'une statistique à un caractère.

L'adulte qui compare des collectes de données interprète un message à caractère mathématique en établissant des liens entre les éléments du message, en dégagant le sens global ou encore en associant des images, des objets ou des savoirs à des termes et à des symboles mathématiques. De plus, afin de comparer des tendances, il déploie un raisonnement mathématique en construisant et en exploitant des réseaux de ressources cognitives telles que le rang centile, l'écart moyen, le coefficient de corrélation, etc.

Lorsqu'il interprète des données issues d'une expérience — étude statistique à une ou à deux variables —, il décode les éléments du langage mathématique en distinguant le sens des termes utilisés en mathématique de leur sens commun. De plus, il interprète les messages à caractère mathématique en transposant des données d'un registre de représentation à un autre, par exemple en passant d'un diagramme à tige et feuilles à un tableau de données à un caractère, et en vérifiant sa compréhension. Il déploie un raisonnement mathématique en construisant des réseaux de ressources cognitives de nature mathématique tels que la droite de Mayer ou médiane-médiane, et la détermination du coefficient de corrélation à l'aide de rectangle ou d'ellipse circonscrite. Il établit des généralisations, dégage des lois et des règles. Il déduit des propositions dans le but de prendre des décisions éclairées.

Tout au long de sa résolution de situations-problèmes, l'adulte utilise ses connaissances en lien avec les savoirs mathématiques, soit les distributions statistiques à un ou deux caractères. L'emploi des symboles, des termes et des notations liés à ces savoirs est exact et les lois, théorèmes, corollaires ou lemmes qu'il déduit ou induit sont toujours validés à l'aide de différentes sources afin

de bonifier sa bibliothèque mathématique personnelle. De plus, il n'hésite pas à demander de l'aide lorsqu'une difficulté se présente.

CRITÈRES D'ÉVALUATION DES COMPÉTENCES VISÉES PAR LE COURS

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes

- *Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème*
- *Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème*
- *Élaboration d'une solution* appropriée à la situation-problème*
- *Validation appropriée des étapes** de la solution élaborée*

* La solution comprend une démarche, des stratégies et un résultat.

** Le modèle mathématique, les opérations, les propriétés ou relations.

Déployer un raisonnement mathématique

- *Formulation d'une conjecture appropriée à la situation*
- *Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés*
- *Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation*
- *Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente*
- *Justification congruente des étapes d'une démarche pertinente*

Communiquer à l'aide du langage mathématique

- *Interprétation juste d'un message à caractère mathématique*
- *Production d'un message conforme à la terminologie, aux règles et aux conventions propres à la mathématique et en fonction du contexte*