

Corrigé

Représentations géométriques MAT-P104-4



Chapitre 5

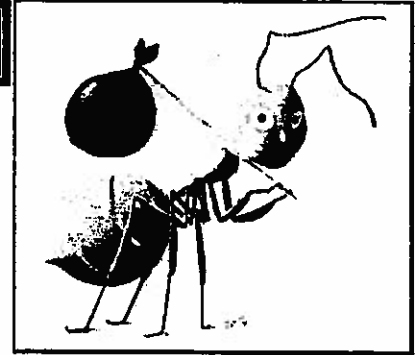
Le cercle

Table des matières

• CPE « Les petites fourmis »	2
• Définitions	3
• Comment tracer un cercle	5
• Le périmètre d'un cercle : la circonférence	8
• L'aire d'un cercle : formule	11
• SA : CPE « Les petites fourmis »	19

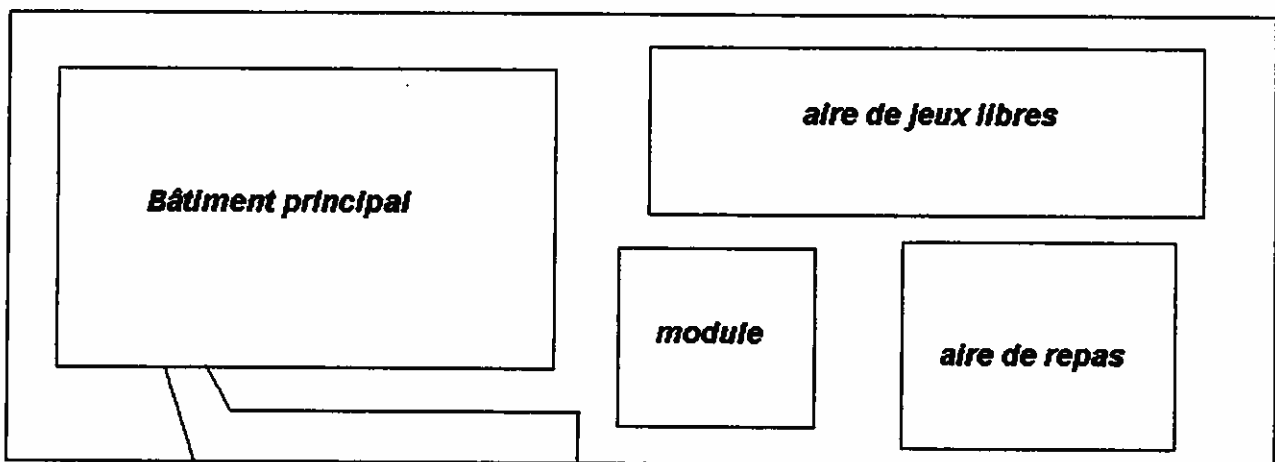
SA : CPE « Les petites fourmis »

Maintenant que nous connaissons les dimensions du terrain ainsi que celles du bâtiment qui y sera construit, il reste à penser à l'aménagement de l'aire de jeu, du module de jeux à choisir ainsi que l'aire des repas.



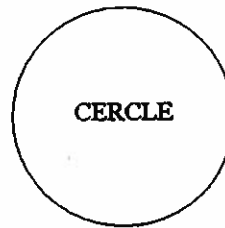
Après consultation de son personnel, le CPE décide d'acheter des tables de pique-nique de forme circulaire (ronde) pour l'aire des repas. Avant d'arrêter leur choix, les responsables du projet doivent vérifier combien de tables ils pourront y installer (en tenant compte du nombre d'enfants fréquentant le CPE).

Voici le dessin du terrain ainsi que son aménagement possible.

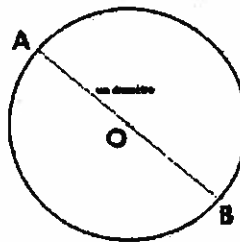


LE CERCLE : définitions

- **Cercle** : c'est une figure dont tous les points sont à la même distance d'un point intérieur appelé « CENTRE ».

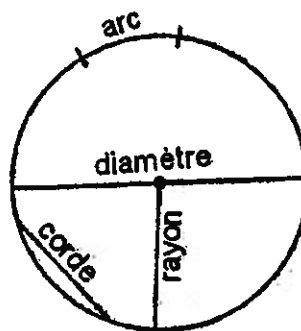


- **Diamètre d'un cercle** : c'est un segment qui part d'un côté du cercle, qui passe par le centre et qui joint l'autre côté du cercle.

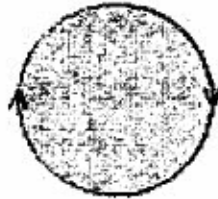


- **Le rayon** : c'est un segment qui joint le bord du cercle et le centre du cercle. La longueur du rayon correspond à la moitié du diamètre.

$$d = 2 \times r$$



- **La circonférence** : c'est la mesure du contour d'un cercle.



Selon la définition du polygone que vous avez apprise lors du premier chapitre, le cercle fait-il partie des polygones? Pourquoi?

Non, car un polygone est constitué de lignes brisées fermées.



Comment tracer un cercle?

Pour tracer un cercle, le compas vous sera très utile (compas = instrument formé de 2 tiges métalliques dont l'une se termine par une extrémité pointue, appelée pointe-sèche, et l'autre par une extrémité conçue pour y insérer un crayon ou simplement une mine).

Pour tracer un cercle dont on connaît le rayon à l'aide d'un compas, vous :

1. Tracez un segment de droite de la longueur du rayon.
2. Placez la pointe-sèche du compas sur le point qui sera le centre du cercle et agrandissez ou diminuez l'ouverture du compas de façon que l'écart entre la pointe-sèche et la mine corresponde exactement à la longueur du rayon.
3. Faites pivoter le compas sur sa pointe sèche jusqu'à ce que la mine ait effectué une rotation (un tour) complète, en prenant soin de toujours garder la même ouverture entre les deux pointes.



Exercices :

1. Tracez un cercle de 3,6 cm de rayon.

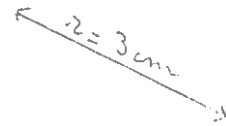
2. Tracez un cercle de 2,7 cm de rayon.

3. Tracez un cercle de 4,4 cm de diamètre.

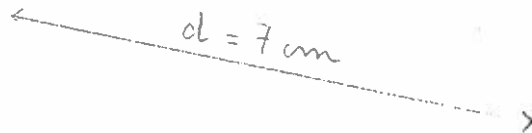




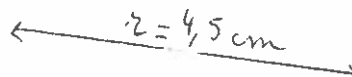
4. Tracez un cercle de 3 cm de rayon.



5. Tracez un cercle de 7 cm de diamètre.



6. Tracez un cercle de 4,5 cm de rayon.



Le périmètre d'un cercle

Vous souvenez-vous de la définition du mot PÉRIMÈTRE? Allez voir dans vos chapitres précédents, elle s'y trouve sûrement et retranscrivez-la.

Le périmètre d'un cercle a un nom particulier : la **CIRCONFÉRENCE**.

Comment calculer la circonférence (périmètre) d'un cercle?

Voici la formule :

$$\begin{aligned} P &= \pi \times d \\ \text{ou } P &= 3,14 \times d \\ \text{ou } P &= 3,14 \times 2 \times r \end{aligned}$$

- **P** est le périmètre du cercle
- π (pi) est un nombre décimal qui vaut **3,14**
- **d** est le diamètre du cercle, il vaut deux rayons ($d = 2 \times r$)
- **r** est le rayon du cercle (la moitié du diamètre)

Exemples :

A - Le périmètre d'un cercle de diamètre 2 cm est : $P = 3,14 \times 2 = 6,28$ cm.

B - Le périmètre d'un cercle de diamètre 15 m est : $P = 3,14 \times 15 = 47,1$ m.

C - Le périmètre d'un cercle de rayon 6 dm (donc $d = 12$ dm) est :

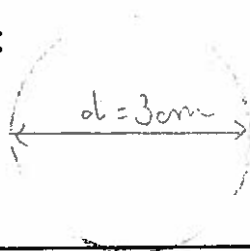
$$P = 3,14 \times 12 = 37,68 \text{ dm ou } P = 3,14 \times 2 \times 6 = 37,68 \text{ dm}$$

Exercices

1. Le diamètre d'une pièce de monnaie mesure 3 cm. Dessinez la pièce en vous servant de votre compas, puis calculez la circonférence.

Formule (circonférence d'un cercle) :

Calculs :



$$\begin{aligned}\text{Circonférence} &= \pi \times d \\ &= 3,14 \times 3 \\ &= \underline{9,42 \text{ cm}}\end{aligned}$$

2. Le rayon d'une piscine circulaire est de 3 m. Quelle est la circonférence de la piscine?

Formule (circonférence d'un cercle) : $\text{Circonférence} : \pi \times d$

Calculs : $3,14 \times 6 = \underline{18,84 \text{ m}}$

3. Le diamètre de votre roue de bicyclette mesure 25 dm. Quelle distance parcourrez-vous en un tour de roue?

Formule (circonférence d'un cercle) : $\pi \times d$

Calculs : $3,14 \times 25 = \underline{78,5 \text{ dm}}$

4. **Petit défi!** La circonférence d'une roue de bicyclette est de 50,24 cm. Quel est le diamètre?

Formule (circonférence d'un cercle) : $\pi \times d = C$

Calculs : $C = \pi \times d$

$$50,24 = \pi \times d$$

$$50,24 = 3,14 \times d$$

$$\frac{50,24}{3,14} = d \quad \text{donc } \underline{d = 16 \text{ cm}}$$

5. **Autre petit défi!** La circonférence d'une pizza est de 28,26 cm. Combien mesure son rayon?

Formule (circonférence d'un cercle) :

Calculs : $C = \pi \times d$

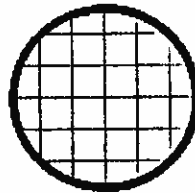
$$28,26 = 3,14 \times d$$

$$\frac{28,26}{3,14} = d \quad \text{donc } d = 9 \quad \text{donc } \underline{r = 4,5 \text{ cm}}$$

L'aire d'un cercle

Définition : L'aire d'un cercle est le nombre de carrés unités à l'intérieur de ce cercle.

Si chaque carré dans le cercle de droite a une aire de 1 cm^2 , on pourrait calculer le nombre total de carrés pour avoir l'aire de ce cercle. S'il y avait un total de 28,26 carrés, l'aire de ce cercle serait de $28,26 \text{ cm}^2$.



Par contre, il est plus facile d'utiliser la formule suivante:

$$A = \pi \times r \times r$$

$$\text{ou } A = \pi \times r^2$$

A représente l'aire, π représente 3,14 et r représente le rayon.

Les 2 techniques sont bonnes, mais celle utilisant les carrés unités ne peut être utilisée que lorsque le cercle est dessiné sur du papier quadrillé.

Exercices

Effectuez les exercices suivants sur le papier quadrillé mis à votre disposition dans les pages suivantes.

Exercice 1

A. Construisez un cercle de 5 cm de rayon. Attention, chaque petit carré représente 0,5 cm. Donc, il vous faudra ____ carrés pour faire 1 cm.

- Identifiez le centre de votre cercle par la lettre C.
- Tracez ensuite en rouge son rayon de 5 cm.

B. Combien de carrés unités compte votre cercle? 311 carrés

C. Quelle est l'aire de votre cercle? 311 carrés-unités
(Utilisez la notation appropriée!)

D. Appliquez la formule suivante pour trouver l'aire d'un cercle sans compter les carrés unités. Voici la formule : $A = \pi \times r \times r$

Calculs : $A = \pi \times r \times r$
 $= 3,14 \times 5 \times 5$ donc $A = 78,5 \text{ cm}^2$

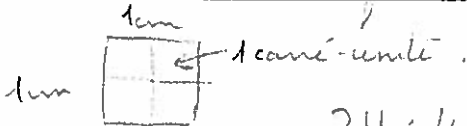
E. Comparez la réponse de la question C avec la réponse de la question D.

Réponse question C : 311 carrés-unités

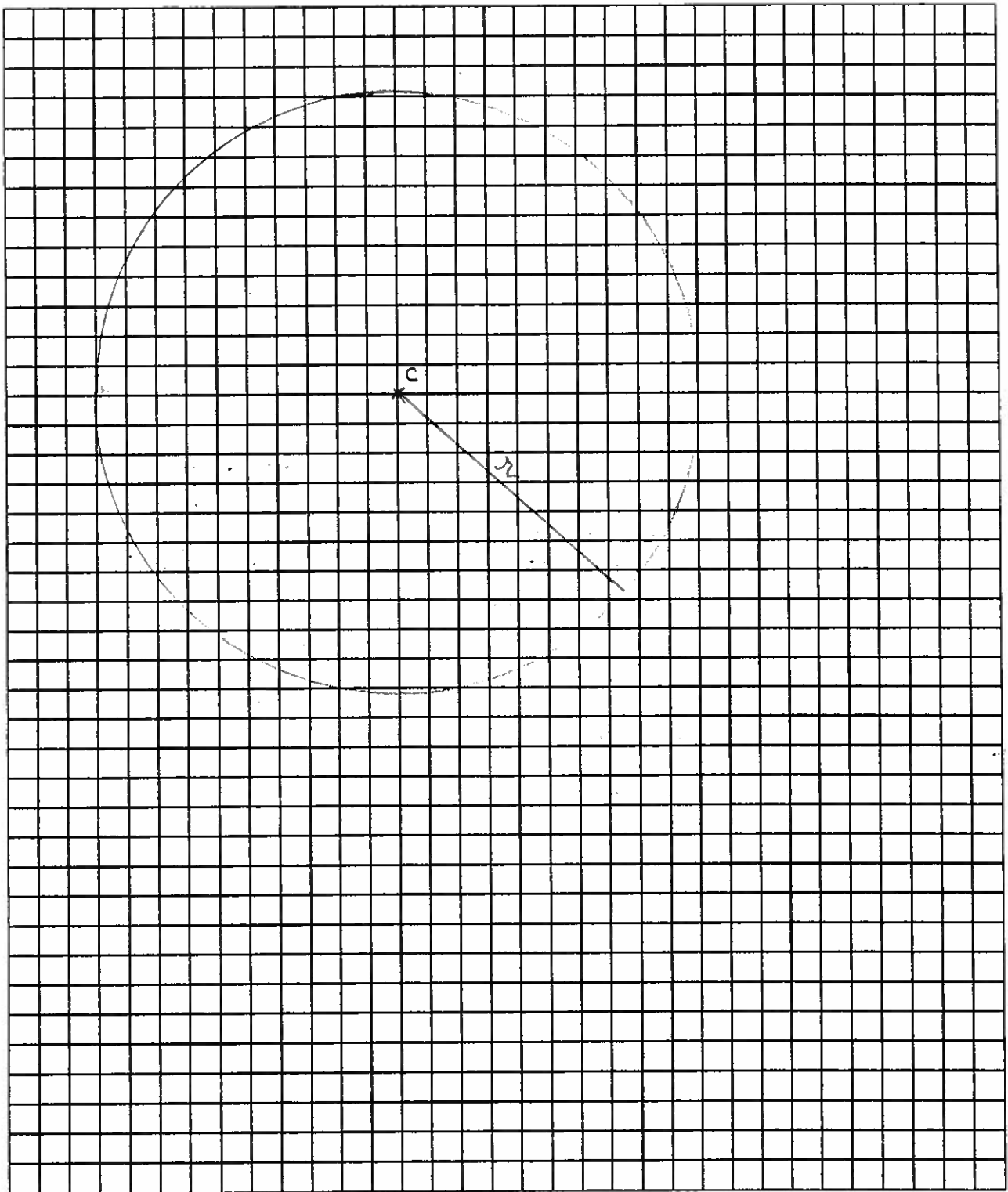
Réponse question D : $78,5 \text{ cm}^2$

Sont-elles semblables? Non

Pourquoi? Car il faut 4 carrés-unités pour faire 1 cm^2



$$311 \div 4 = 77,75$$



Exercice 2

A. Construisez un cercle de 12 cm de diamètre. Attention, chaque petit carré représente 0,5 cm. Donc, il vous faudra 2 carrés pour faire 1 cm.

- Identifiez le centre de votre cercle par la lettre C.
- Tracez ensuite en rouge son rayon de 5 cm.

B. Combien de carrés unités compte votre cercle? 456 carrés

C. Quelle est l'aire de votre cercle? 456 carrés-unités
(Utilisez la notation appropriée!)

D. Appliquez la formule suivante pour trouver l'aire d'un cercle sans compter les carrés unités. Voici la formule : $A = \pi \times r \times r$

Calculs : $A = \pi \times r \times r$
 $= 3,14 \times 6 \times 6$ donc $A = 113,04 \text{ cm}^2$

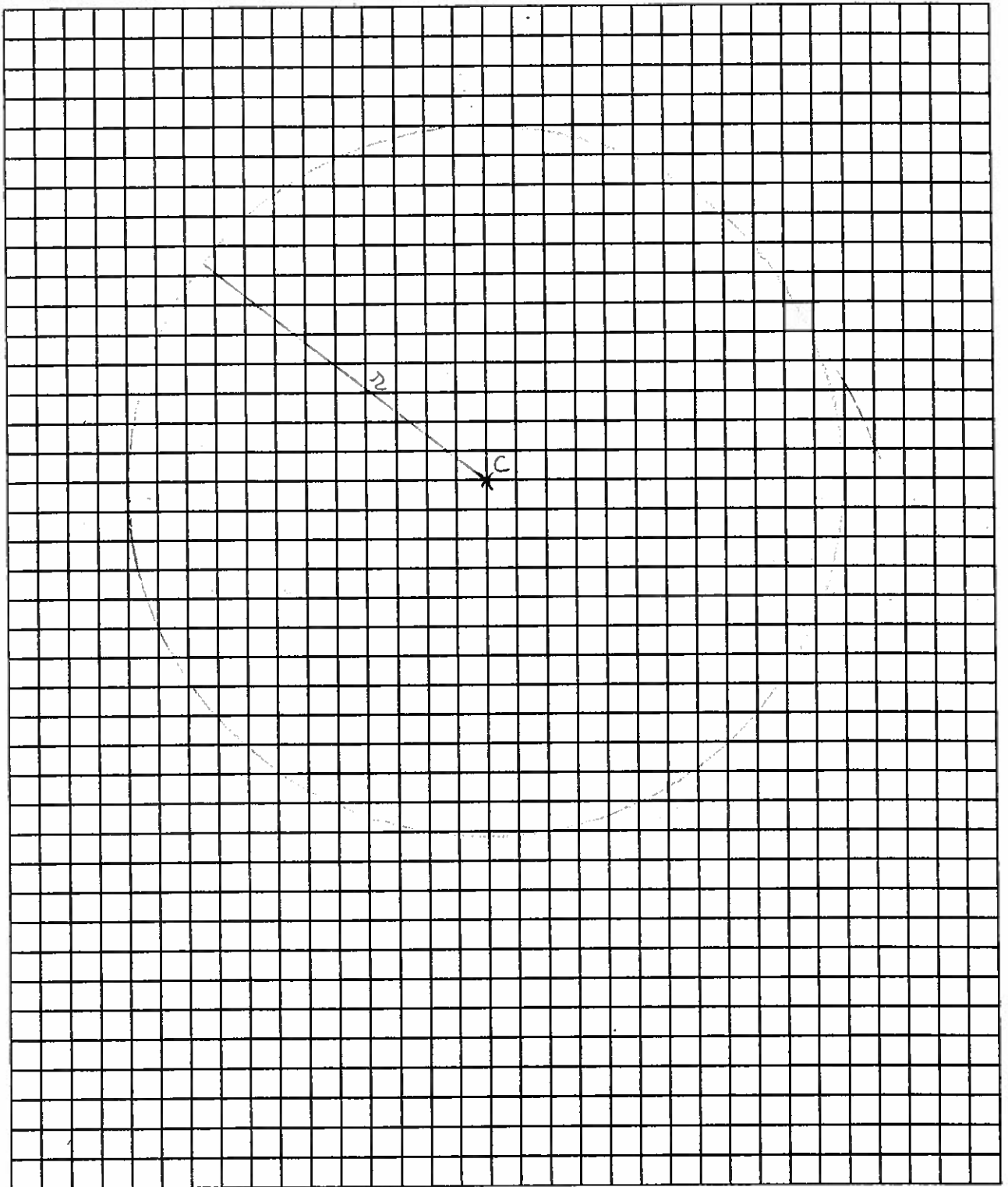
E. Comparez la réponse de la question C avec la réponse de la question D.

Réponse question C : 456 carrés-unités

Réponse question D : 113,04 cm²

Sont-elles semblables? Non

Pourquoi? ←



Exercice 3

A. Construisez un cercle de 5,5 cm de rayon. Attention, chaque petit carré représente 0,5 cm. Donc, il vous faudra 2 carrés pour faire 1 cm.

- Identifiez le centre de votre cercle par la lettre C.
- Tracez ensuite en rouge son rayon de 5,5 cm.

B. Combien de carrés unités compte votre cercle? 366 carrés

C. Quelle est l'aire de votre cercle? 366. carrés-unités
(Utilisez la notation appropriée!)

D. Appliquez la formule suivante pour trouver l'aire d'un cercle sans compter les carrés unités. Voici la formule : $A = \pi r^2$

Calculs : $A = 3,14 \times 5,5 \times 5,5$
 $A = 94,985 \text{ cm}^2$

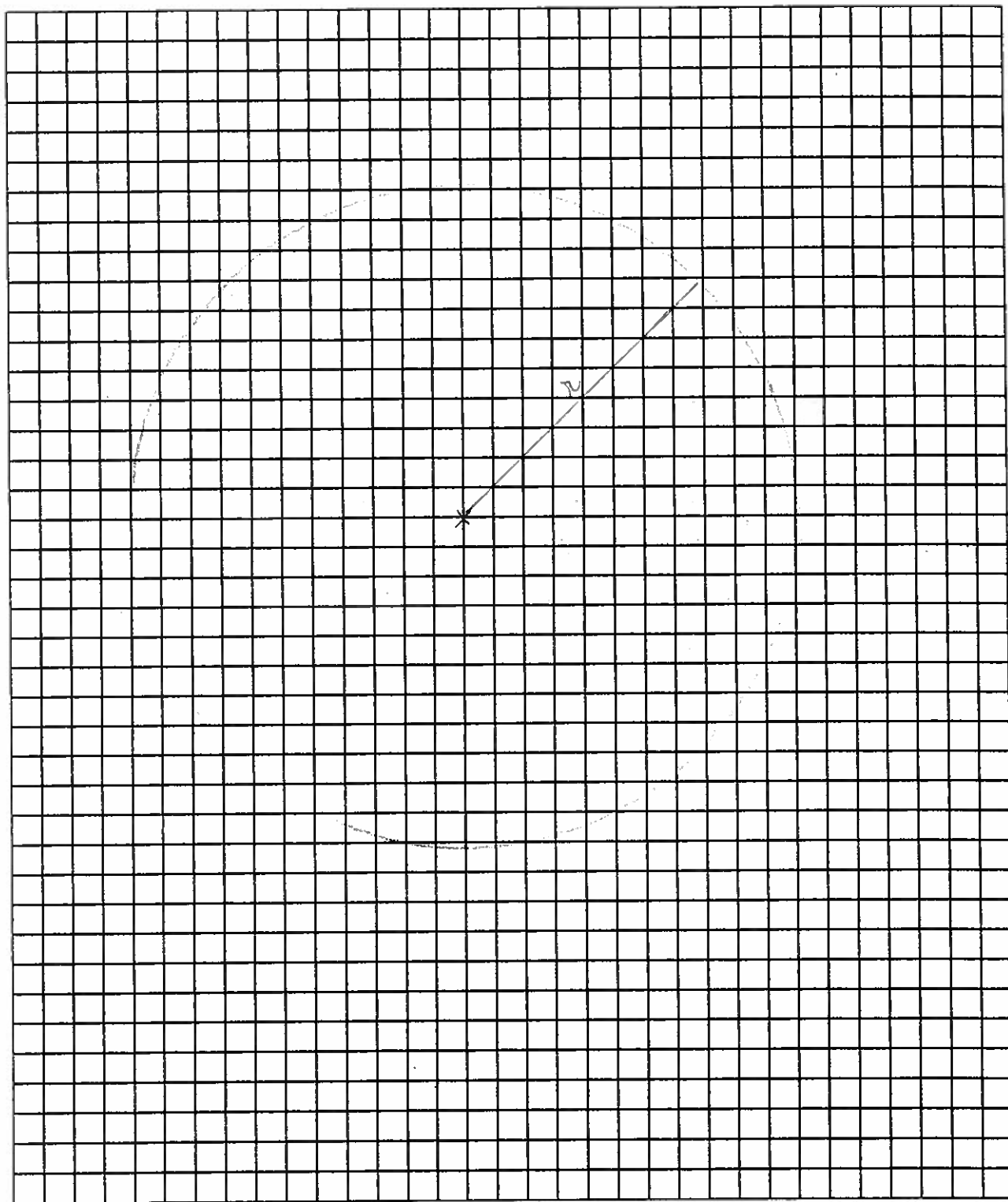
E. Comparez la réponse de la question C avec la réponse de la question D.

Réponse question C : 366 carrés-unités

Réponse question D : 94,985 cm²

Sont-elles semblables? Non

Pourquoi? _____



En conclusion

Selon vous, quelle méthode est plus facile ou efficace pour calculer l'aire d'un cercle?

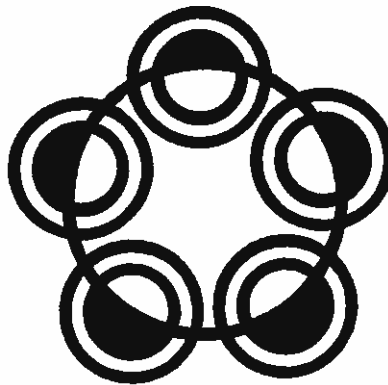
- Compter les carrés unités

ou

- ☒ appliquer la formule $A = \pi r^2$

Justifiez votre réponse :

La réponse est bien plus précise



SA : CPE « Les petites fourmis »

Maintenant que vous maîtrisez les notions sur le cercle, le CPE « Les petites fourmis » aimerait bien choisir les tables à pique-nique qui iront dans le coin-repas.



Les employés hésitent encore entre des tables carrées ou circulaires. L'ébéniste du coin leur affirme que celles de forme circulaire peuvent accueillir plus d'enfants, soit 10, alors que celles de forme carrée ne peuvent en accueillir que 8.

Ils optent donc pour des tables circulaires.

Si le CPE compte 77 enfants, combien de tables aura-t-il besoin de faire construire par l'ébéniste, si tous les enfants doivent manger en même temps? Justifiez votre réponse par des calculs et par des mots.

Démarche

$$77 \div 10 = 7,7 \text{ tables}$$

Il faudra donc fabriquer 8 tables pour que tous les enfants puissent manger ensemble.

Quelle est l'aire totale des tables circulaires, si chaque table a un rayon de 1,5m? Formule de l'aire d'un cercle : $A = \pi \times r^2$

Démarche

$$\begin{aligned}\text{Aire d'une table : } A &= \pi \times r^2 \\ &= 3,14 \times 1,5^2 \\ &= 7,065 \text{ m}^2\end{aligned}$$

$$\text{Aire totale des tables : } 7,065 \times 8 = \underline{56,52 \text{ m}^2}$$

Puisque les tables resteront une bonne partie de l'année à l'extérieur, il est important de les couvrir de teinture. Combien de contenants de teinture faudra-t-il pour recouvrir les surfaces de toutes les tables circulaires, sachant que 1 contenant de teinture peut recouvrir 50m² ?

Démarche

$$\begin{array}{r} 50,52 + 50 \\ - 50 \\ \hline 0,52 \quad 1,010 \text{ contenant} \\ - 50 \\ \hline 20 \end{array}$$

Il faudra acheter 2 contenants