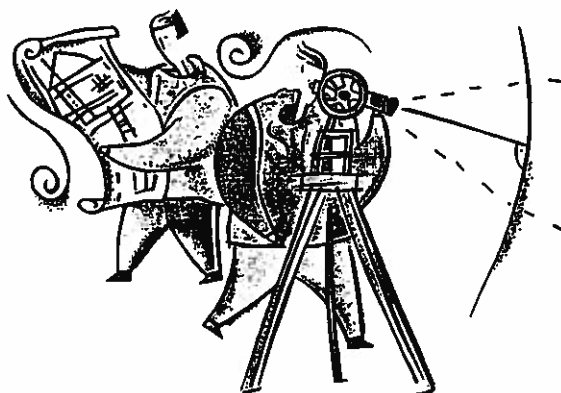


**Représentations géométriques
MAT-P104-4**



Chapitre 4

Aire / surface des polygones

Table des matières

• Introduction : CPE	2
• Rappel : périmètre	4
• Aire de polygones	6
• Aire du triangle	15
• SA : CPE « Les petites fourmis »	19

Aire / surface des polygones

Dans le chapitre précédent, vous avez appris à mesurer les côtés de différents polygones ainsi que leur construction selon les propriétés spécifiques de chacun. Cela vous aidera à compléter ce prochain chapitre, car il est important de connaître les mesures exactes de chaque côté d'un polygone avant d'en calculer la surface = la superficie = l'aire.

Voici les mesures initiales du bâtiment du CPE de forme rectangulaire :

- longueur : 6 cm et largeur : 3 cm

1. Tracez-le.



2. Maintenant, à chaque 1 cm sur la longueur, vous allez tracer une ligne de haut en bas.

3. À chaque 1 cm sur la largeur, vous allez tracer une ligne horizontale. Vous devriez avoir obtenu un quadrillé à l'intérieur de votre rectangle.

4. Combien y a-t-il de carrés de 1 cm par 1 cm dans votre rectangle?

18 rectangles

5. Si chaque carré = 1 cm², on peut donc conclure que la superficie du rectangle est de 18 cm².

6. Connaissez-vous une méthode différente pour calculer l'aire (superficie) d'un rectangle? Si oui, décrivez-la.

Il faut multiplier la longueur par la largeur.

Calculs

$$L \times l$$
$$6 \times 3 = 18 \text{ cm}^2$$

Afin de mieux comprendre le calcul de l'aire de différents polygones, voici quelques notions ainsi que plusieurs exercices.

Petit rappel sur le périmètre

Le périmètre : le périmètre d'une surface, c'est la mesure du contour de celle-ci.

Périmètre du carré de côté c :

$$4 \times c$$

Périmètre du rectangle
de Longueur L et de largeur l

$$2 \times (L + l)$$

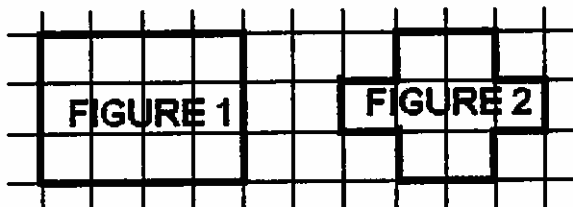
Périmètre du triangle ABC

$$AB + BC + CA$$

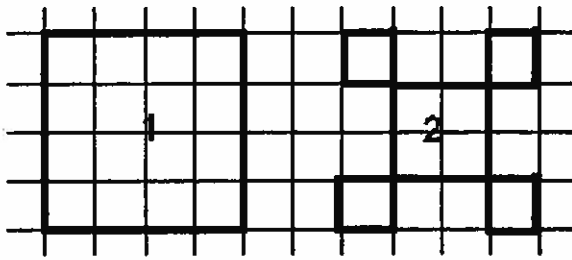
Exercice

Complétez par $=$, $<$ ou $>$

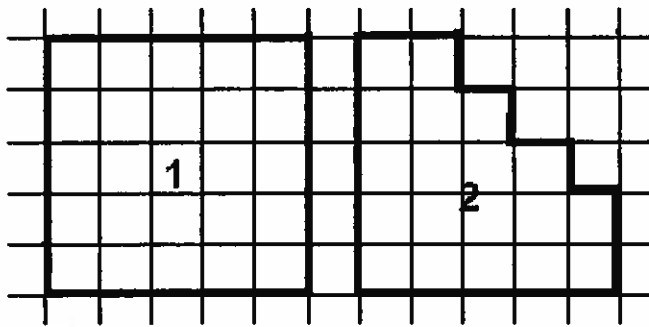
(laissez des traces de vos calculs/de votre démarche).



PÉRIMÈTRE 1 $\dots > \dots$ PÉRIMÈTRE 2



PÉRIMÈTRE 1 PÉRIMÈTRE 2



PÉRIMÈTRE 1 PÉRIMÈTRE 2

Petit défi : calculez le périmètre de la piscine (facultatif)

Calculs

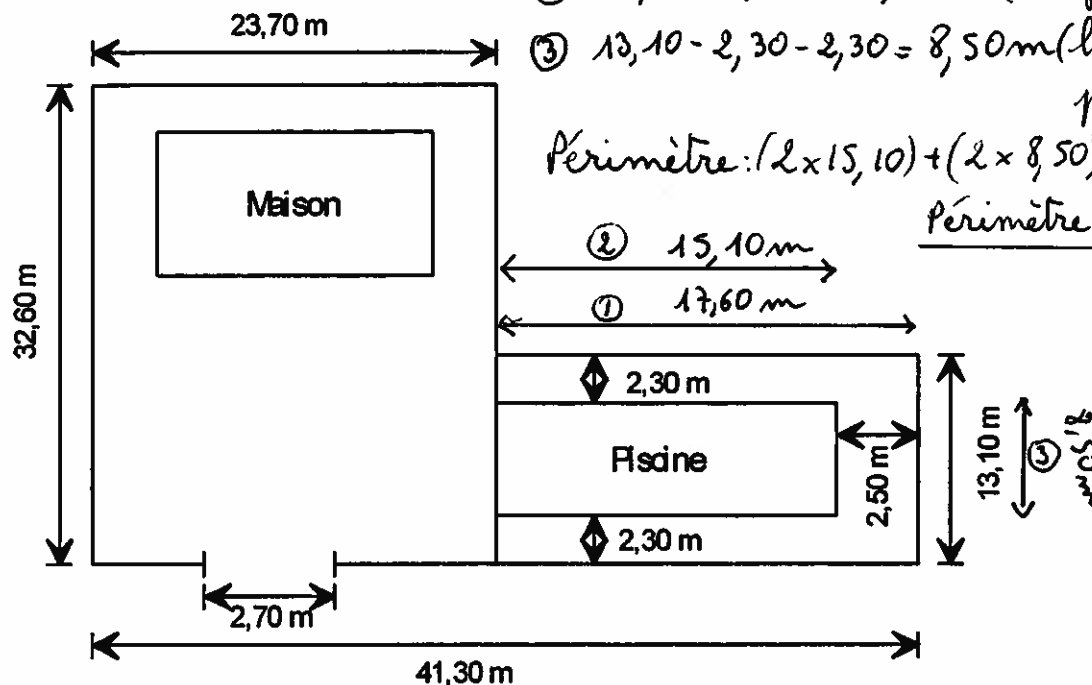
$$① \quad 41,30 - 23,70 = 17,60 \text{ m}$$

$$② \quad 17,60 - 2,50 = 15,10 \text{ m (longueur de la piscine)}$$

$$③ \quad 13,10 - 2,30 - 2,30 = 8,50 \text{ m (largeur de la piscine)}$$

$$\text{Périmètre : } (2 \times 15,10) + (2 \times 8,50) = 30,20 + 17$$

$$\text{Périmètre} = 47,20 \text{ m}$$



L'aire d'un polygone

L'aire d'une figure géométrique est aussi appelée surface ou superficie : on mesure une surface pleine.

L'unité principale de mesure d'une aire est le m².

L'exposant 2 signifie qu'on multiplie deux grandeurs.

Pour mesurer un terrain, on utilise :

- L'are : 1 are = 1 a = 1 dam² = 100 m²
- L'hectare : 1 hectare = 1 ha = 1 hm² = 100 dam² = 10 000 m² = 100 acres

Note importante

Voici un tableau qui vous aidera à convertir des mesures.

- **Attention!** Pour calculer une aire, toutes les dimensions doivent être sur la même unité!
- On peut remarquer que chaque colonne est partagée en deux, car les unités sont au carré, c'est-à-dire avec le chiffre 2 en exposant.

km ²		hm ² = ha		dam ² = a		m ²		dm ²		cm ²		mm ²	

Exercice

Convertissez les mesures suivantes (vous pouvez vous aider du tableau de conversion donné à la page suivante).

$$5 \text{ m}^2 = \underline{500} \text{ dm}^2$$

$$125 \text{ dm}^2 = \underline{12500} \text{ cm}^2$$

$$2500000 \text{ m}^2 = \underline{2,5} \text{ km}^2$$

$$0,5 \text{ km}^2 = \underline{500000} \text{ m}^2$$

$$8000 \text{ cm}^2 = \underline{0,8} \text{ m}^2$$

$$630 \text{ a} = \underline{6,3} \text{ ha}$$

$$0,000000015 \text{ km}^2 = \underline{150} \text{ cm}^2$$

$$4,2 \text{ cm}^2 = \underline{0,042} \text{ dm}^2$$

$$4,8 \text{ cm}^2 = \underline{0,048} \text{ dm}^2$$

$$15,3 \text{ m}^2 = \underline{0,00153} \text{ hm}^2$$

$$72 \text{ cm}^2 = \underline{0,0072} \text{ m}^2$$

$$8 \text{ cm}^2 = \underline{800} \text{ mm}^2$$

$$6,4 \text{ hm}^2 = \underline{6,4} \text{ ha}$$

$$1 \text{ ha} = \underline{10000} \text{ m}^2$$

$$25\,000 \text{ m}^2 = \underline{2,5} \text{ hm}^2$$

Tableau de conversion de mesures de surface (AIRE)

[illegible]

Aide-mémoire pour la conversion de mesures lors du calcul de l'aire

X	km ²	hm ²	dam ²	m ²	
km ²	1	100	10000	1 000 000	...
hm ²	0,01	1	100	10000	...
dam ²	0,0001	0,01	1	100	...
m ²	0,000001	0,0001	0,01	1	...
dm ²	0,00000001	0,000001	0,0001	0,01	...
cm ²	0,0000000001	0,00000001	0,000001	0,0001	...
mm ²	0,000000000001	0,0000000001	0,00000001	0,000001	...

	X	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
...	km ²	1 000 000	100 000 000	1 000 000 000	100 000 000 000
...	hm ²	10000	1 000 000	100 000 000	1 000 000 000
...	dam ²	100	10000	1 000 000	100 000 000
...	m ²	1	100	10000	1 000 000
...	dm ²	0,01	1	100	10000
...	cm ²	0,0001	0,01	1	100
...	mm ²	0,000001	0,0001	0,01	1

Exemple : $1 \text{ km}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}^2$
 $1 \text{ km}^2 \times 1\,000\,000 = 1\,000\,000 \text{ m}^2$
donc $1 \text{ km}^2 = 1\,000\,000 \text{ m}^2$

Légende :

- km² = kilomètre carré
- hm² = hectomètre carré
- dam² = décamètre carré
- m² = mètre carré
- dm² = décimètre carré
- cm² = centimètre carré
- mm² = millimètre carré

Exercices : Mesure et Aire

Rappel

Si une unité = 1 carré

Aire de A = 25 carrés

Aire de B = 27 carrés

L'aire de A est plus petite que l'aire de B.

A

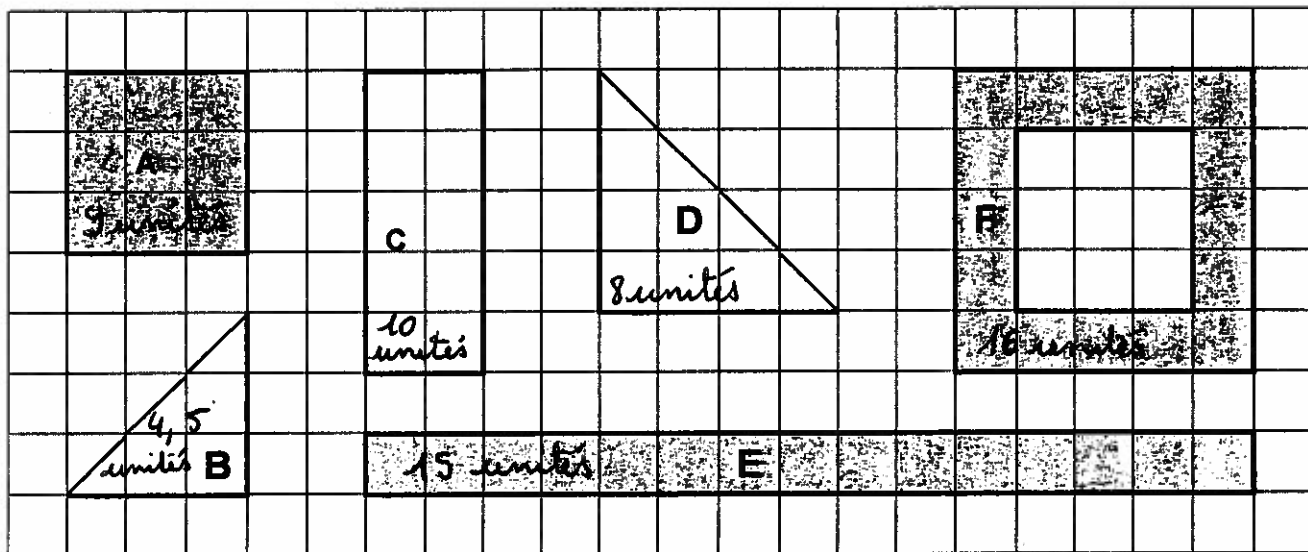
B



Exercices

1. Classez ces figures en fonction de leur aire, de la plus petite à la plus grande.

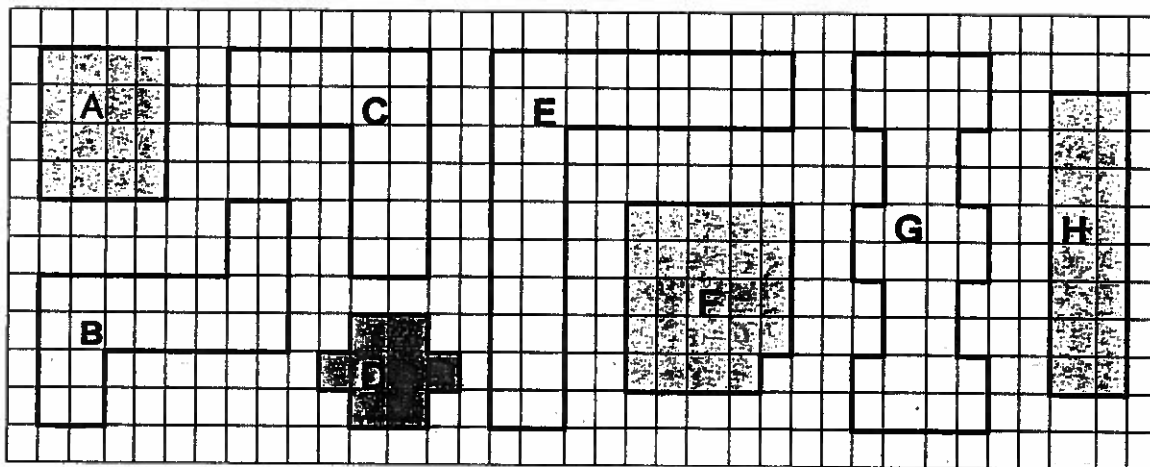
1 carré = 1 unité



... B ... - ... D ... - ... A ... - ... C ... - ... E ... - ... F ...

2. Calculez l'aire de ces figures en fonction de l'unité donnée.

1 carré = 1 unité



A	B	C	D	E	F	G	H
16 unités	24	20	8	34	24	32	16
...	u	u	u	u	u	u	u

Attention! Différentes figures peuvent avoir la même aire.

FORMULES pour calculer l'aire de différents polygones

Pour calculer l'aire (superficie) d'un carré :

L'aire du carré de côté a est $a \times a = a^2$

Pour calculer l'aire (superficie) d'un rectangle :

L'aire d'un rectangle de longueur L et de largeur l est $L \times l$

Aire des quadrilatères

Carré

Formule : côté \times côté ou côté²
 $AB \times BD$ AB^2

Exemple : si $AB = 4 \text{ cm}$, $BD = DC = CA = 4 \text{ cm}$

Aire du carré = $AB \times BD$ ou BD^2
 = 4×4 4^2
 = 16 cm^2 16 cm^2

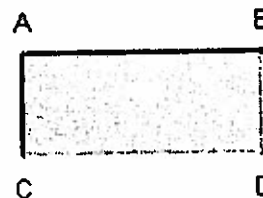


Rectangle

Formule : Longueur \times largeur
 $AB \times BD$

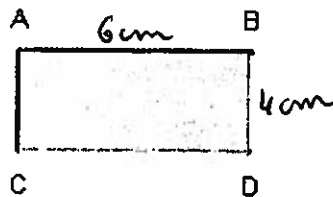
Exemple : si $BD = 4 \text{ cm}$ et $AB = 6 \text{ cm}$

Aire du rectangle = $AB \times BD$
 = 4×6
 = 24 cm^2



Exercice 1 : Calculez l'aire du rectangle et du carré en respectant les mesures données pour chacune des figures.

Figure A :



Aire (formule) =longueur.....x.....largeur.....

Ex : Si AC = 4 cm et AB = 6 cm

Calculs

$$\begin{aligned} A &= L \times l \\ &= 6 \times 4 \\ A &= 24 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Figure B :



Aire (formule)=.....côté.....x.....côté.....

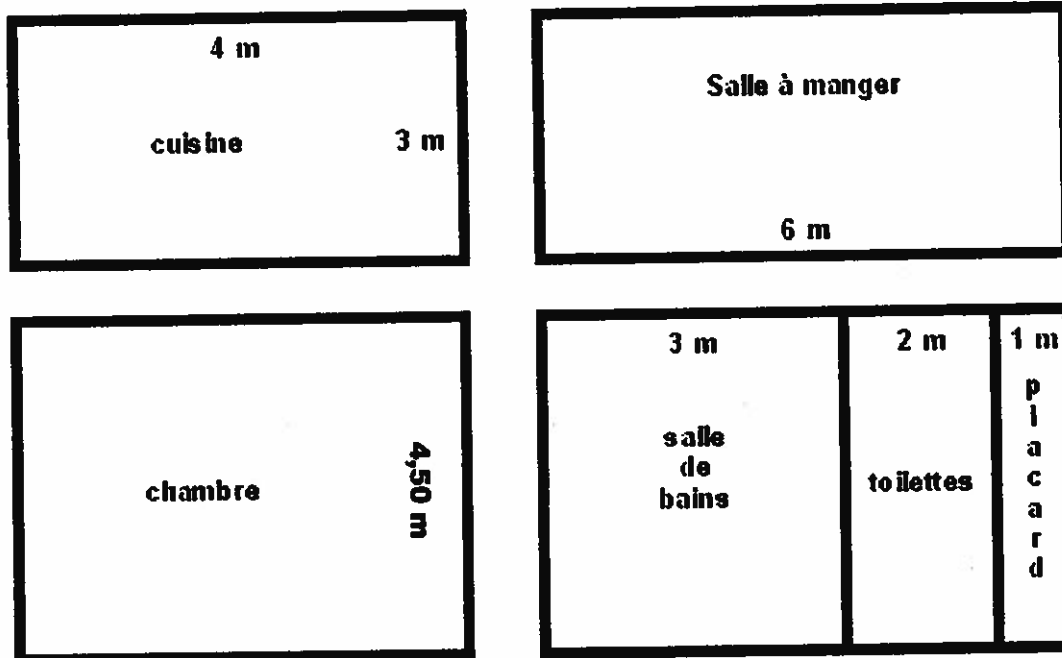
Ex : Si AC = 4 cm

Calculs

$$\begin{aligned} A &= c \times c \\ &= 4 \times 4 \\ A &= 16 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Exercice 2 : CALCUL D'AIRE

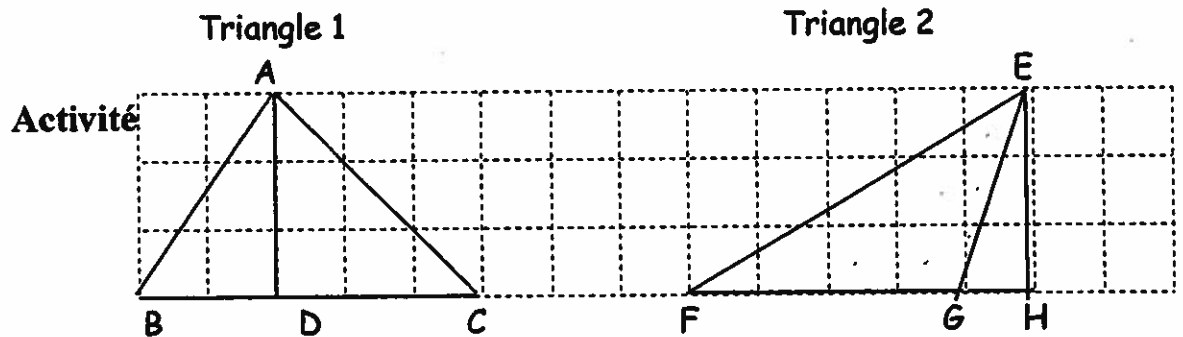
Voici le plan d'un appartement. Observez bien les mesures de chaque pièce et remplissez le tableau situé dessous.



PIÈCES	LONGUEUR	LARGEUR	AIRE DE LA PIÈCE
Cuisine	4 m	3 m	12 m ²
Chambre	4,50 m	4 m	18 m ²
Salle à manger	6 m	3 m	18 m ²
Salle de bains	4,50 m	3 m	13,50 m ²
Toilettes	4,50 m	2 m	9 m ²
Placard	4,50 m	1 m	4,50 m

Source: www.professeurphifix.net

Aire du triangle



Triangle 1

- Calculez l'aire du triangle ABD.: ≈ 3 carreaux
- Calculez l'aire du triangle ADC. $4,5$ carreaux
- Calculez l'aire du triangle ABC. $7,5$ carreaux

Triangle 2

- Calculez l'aire du triangle EFH. $\approx 7,5$ carreaux
- Calculez l'aire du triangle EHG. ≈ 2 carreaux
- Calculez l'aire du triangle EFG. $\approx 5,5$ carreaux

Comment avez-vous fait pour trouver (calculer) l'aire des différents triangles?

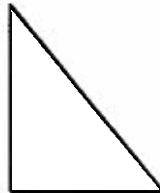
L'AIRE DU TRIANGLE : Formule

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

(base X hauteur ÷ par 2)

Regardez pourquoi...

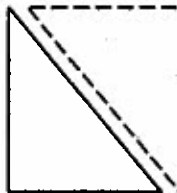
1. Du triangle de départ,



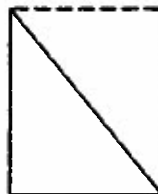
2. on en fait un autre identique qu'on retourne.



3. On les place côte à côte.



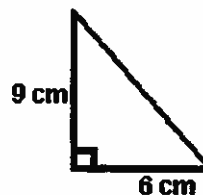
4. On obtient alors cette figure.



Que remarquez-vous?

-
-
5. Exactement! Vous avez obtenu un carré ou un rectangle. Il ne vous reste qu'à suivre les étapes pour calculer l'AIRE du carré ou l'aire du rectangle et à la diviser par 2 car vous n'avez besoin que de la moitié.
6. Voilà pourquoi la mesure de l'AIRE d'un triangle se calcule comme si on avait un carré ou un rectangle séparé en deux parties égales.

Exemple : Calculez l'aire du triangle suivant.



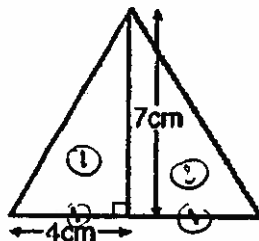
Base = 6 cm
Hauteur = 9 cm

Formule : $\frac{\text{Base} \times \text{hauteur}}{2}$

Calcul : $\frac{6 \times 9}{2} = \frac{54}{2} = 27 \text{ cm}^2$

Exercices : Calculez l'aire des figures suivantes.

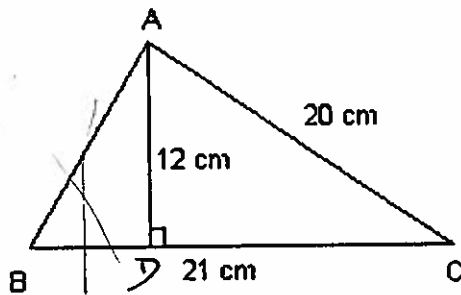
1.



Calcul : 1^{er} triangle : $\frac{b \times h}{2} = \frac{4 \times 7}{2} = 14 \text{ cm}^2$
2^e triangle : $\frac{b \times h}{2} = 14 \text{ cm}^2$
(identique)

Réponse : Total = 28 cm²

2.



Calcul : Aire du triangle ACD : $\frac{12 \times 21}{2} = 126 \text{ cm}^2$

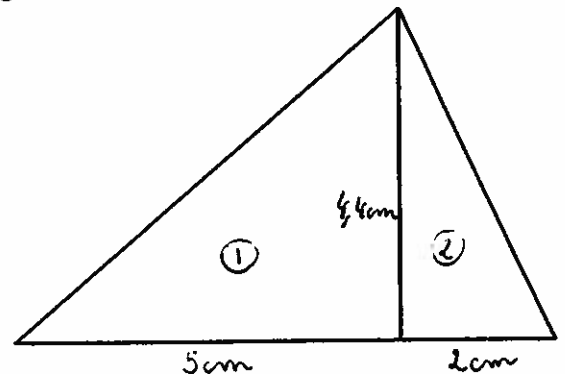
Réponse : 126 cm²

3.

a) Mesurez la base et la hauteur du triangle suivant (en cm ou en mm).

Base : _____

Hauteur : _____



b) Calculez l'aire de ce triangle.

Calcul : Triangle ① : $A = \frac{b \times h}{2} = \frac{5 \times 4,4}{2} = \frac{22}{2} = 11 \text{ cm}^2$

Triangle ② : $A = \frac{b \times h}{2} = \frac{2 \times 4,4}{2} = 4,4 \text{ cm}^2$

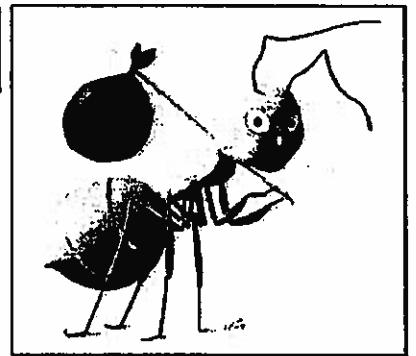
Aire totale : $11 + 4,4 = 15,4 \text{ cm}^2$

Réponse : 15,4 cm²

SA : CPE « Les petites fourmis »

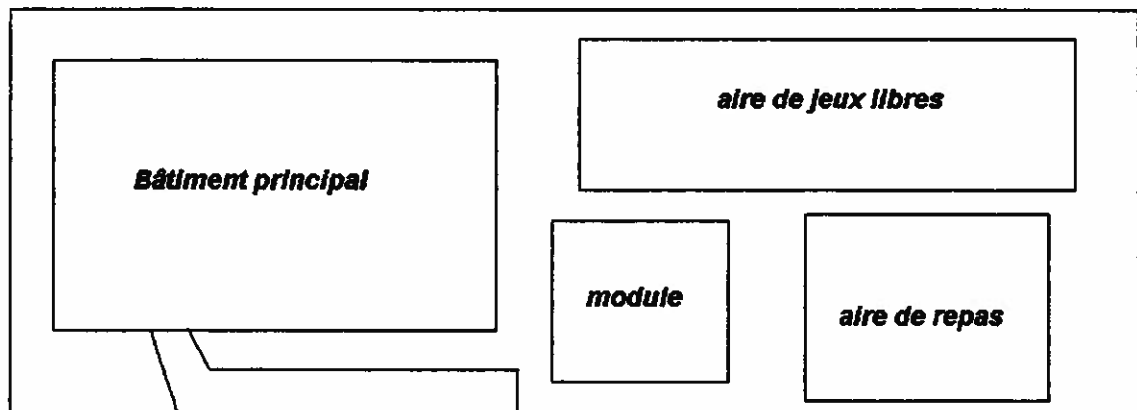
Revenons à la forme initiale du bâtiment « Les petites fourmis ».

Sachant qu'il a 6 cm de longueur et 3 cm de largeur, **calculez la superficie du bâtiment sur papier**. Utilisez la formule $L \times l = A$ puisque le bâtiment est de forme rectangulaire.



Démarche :

Voici le plan du CPE avec ses différents emplacements.



En utilisant la formule appropriée, calculez l'aire sur papier :

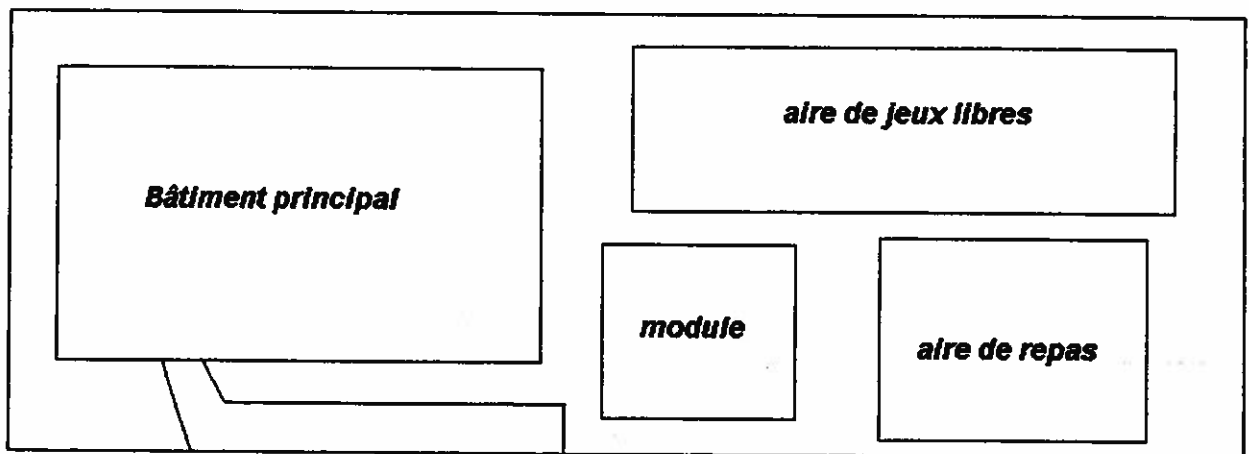
1) du module : $2,4 \times 2,1 = 5,04 \text{ cm}^2$

2) de l'aire de repas : $A = L \times l$
 $= 3,2 \times 2,5$
 $A = 8 \text{ cm}^2$

3) de l'aire de jeux libres : $A = L \times l$
 $= 6,5 \times 2$
 $= 13 \text{ cm}^2$

Une éducatrice du centre de la petite enfance « Les petites fourmis » désire avoir un terrain de baseball dans l'aire de jeux libres. L'équipe décide donc de couper en deux le rectangle afin d'obtenir 2 triangles rectangles égaux.

Découpez l'aire de jeux libres en 2 triangles rectangles égaux.



Ensuite, calculez l'aire de chaque triangle.

Démarche :

L'éducatrice pourra ainsi recouvrir une partie d'un des triangles en sable et jouer au baseball avec ses petits moutons!



BILAN DE MES APPRENTISSAGES

Bilan 2

Indiquez si vous avez réalisé les exercices très facilement, plutôt facilement ou difficilement.

1 = TRÈS FACILEMENT 2 = PLUTÔT FACILEMENT 3 = DIFFICILEMENT

Actions	Échelle			Enseignant
	1	2	3	
▪ Je suis capable de construire les polygones suivants : carrés, rectangles et divers types de triangles.				
▪ Je suis capable de construire des figures ayant des angles de 0 à 180 degrés.				
▪ Je reconnais les angles opposés par le sommet, adjacents, complémentaires et supplémentaires.				
▪ Je suis capable de mesurer le périmètre d'un polygone.				
▪ Je suis capable de mesurer l'aire d'un polygone.				
▪ Je suis capable de mesurer un angle.				
▪ Je connais les unités de mesure d'aire, de longueur, de capacité, d'angle, de température et de masse.				
Progrès réalisés	Points à améliorer			

